

岳麓書院『数』衰分類未解読算題二題の解読[†]

中国古算書研究会

田村 誠、張替俊夫

Decipherment of two undeciphered Cuifen problems
in Yuelushuyuan's book "Shu"

TAMURA Makoto

HARIKAE Toshio

Abstract

Two Cuifen (衰分) problems dealing with grain distribution contained in the book "Shu" (数) had been left undeciphered.

In this paper, we decipher these problems by calculating conversion of grain, and discuss the fact that the method used in the "Shu" is also used in the "Suanshushu" (算数書) and is different from the "Fancuishu" (返衰術) in the "Jiuzhang Suanshu" (九章算術).

『数』の衰分類中に含まれる二題の穀物配分算題が未解読のまま残されていた。

本稿では、穀物の換算計算を用いてこの二算題を解読するとともに、『数』で用いられる術は『算数書』でも用いられているが、『九章算術』の「返衰術」とは明確に異なることを論ずる。

一、穀物配分算題

2011年12月に岳麓書院蔵秦簡『数』の写真版が公開された¹⁾。その220余枚の『数』の

[†]This work is partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research(C) (24501252)

平成25年2月28日 原稿受理

配列は今に至るも不明である。岳麓書院の『数』の整理者は、『九章算術』の構成を参照して、『数』の算題を租税類、面積類(方田類)、穀物換算類(粟米類)、衰分類、少広類、体積類(商功類)、盈不足類、句股類に分類し、『九章』の順序に従って配列した²⁾。我々中国古算書研究会³⁾(以下「研究会」と称す)も当面暫定的にこの分類に従って訳読を始め、『数』の租税類算題については「岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿(1)」⁴⁾を發表し、続いて、方田類算題については「岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿(2)」⁵⁾を發表した。さらに近日、粟米類算題についての訳注稿⁶⁾を發表する予定である。

『数』の衰分類は、主に比例配分問題を扱っている。その『数』衰分類中に、「数人が異種の穀物を持参し、それらを合わせるが、その後、各々が持参した穀物の容積を米の容積に換算し、その米の容積の比率によって合わせた穀物を配分する」という算題がある。(この算題を「穀物配分算題」と呼ぶことにする。)穀物配分算題に属するものとして『算数書』⁷⁾に「米粟并」題がある。『数』にも二個の算題がある。ところが、『数』の二題は、簡文が完全な形では残っていないため、その内容がよく分からず、未解読のまま残されていた。また『数』にはこれらとは別に、簡文に設問部分と解答部分は残っているが、術文部分は見つかっていない穀物算題一題も存在するが、これは『数』の整理者が『九章算術』の「返衰術」を用いる穀物配分算題と見なして一応“解読”されたと考えられている。

「研究会」は、この未解読の二題の穀物配分算題を解読するため、穀物の換算⁸⁾に着目した(穀物の換算は『数』『算数書』『九章算術』いずれにも記されている)。穀物の換算とは、異なる穀物⁹⁾を同じ価値で換算するとき、体積の比がどのようになるかを表している。『数』の穀物配分算題では『算数書』「米粟并」題と同様に、異種の穀物を同じ穀物(米、すなわち「糯米」)に換算して、持参した穀物の価値比率を求め、それによって穀物を配分していることが判明した。これにより、未解読であった二算題を解読することができた。この術は、『九章算術』で用いられている「返衰術」とは明確に異なり、かつ「返衰術」よりなお簡便なものである。

また『算数書』や『九章算術』に加えて、『数』において穀物配分算題が三題も見いだされたことにより、この種の問題が中国古代数学において普遍的なものとして捉えられていたことも明らかになったと言えよう。

そこで本稿ではまず、『算数書』「米粟并」題の術について述べ、次に『数』の未解読算題二題の解読を行う。さらに、『数』および『算数書』と『九章算術』における穀物配分算題の術の差異について論ずる。

二、『算数書』「米粟并」題

『算数書』[22]「米粟并」題は米・粟についての穀物配分算題である。

米粟并。有米一石、粟一石。并提之。問、米・粟[主]當各取幾何。曰、米主取一石二斗十六分升<斗>八、粟主取七斗十六分升<斗>八。

朮(術)曰、直(置)米十斗、六斗、并以爲法。以二石扁(遍)乘所直(置)、各自爲實。六斗者、粟之米數也。

訳：米粟并。米1石と粟1石がある。合わせてこれらをたずさえる。問う、米、粟の持ち主は各々幾らを取るべきか。答えにいう、米の持ち主は1石 $2\frac{8}{16}$ 斗を取り、粟の持ち主は $7\frac{8}{16}$ 斗を取る。

術にいう、米10斗と6斗を置き、それらを合わせたものを法とする。2石を、置いた10斗、6斗両方に掛けて各々を実とする。6斗は粟(10斗)を(同価値の)米に換算した容積である。¹⁰⁾

「米粟并」題では米・粟の持ち主がそれぞれ1石(10斗)ずつ持ち寄る。「并提之」とは、米・粟を合わせたものをたずさえるの意。そして、合わせた20斗を米・粟の持ち主に配分する方法について以下で術文に基づいて手順を論ずる。

まず、「直(置)米十斗、六斗」とある。10斗ずつ持ち寄ったのに「六斗」とは何を意味するのか。これは粟10斗を同価値の米に換算した容積なのである。末尾に「六斗者、粟之米數也」とあるのがそれであり、粟10斗に換算を行った結果、米6斗が得られたという意味である¹¹⁾(この術を以後「米換算術」と呼び、「粟換算術」を用いて解かれる算題を「米粟并類算題」と呼ぶ)。すなわち、

$$\text{米}10\text{斗} : \text{粟}10\text{斗} = \text{米}10\text{斗} : \text{米}6\text{斗} = 10 : 6$$

の比率を得る。この比率10と6を合わせた16を法とする。これが「直(置)米十斗、六斗、并以爲法」である。また、米・粟合わせた2石(20斗)をここで置いた10と6に各々掛けたものを実とする。これが「以二石扁(遍)乘所直(置)、各自爲實」である。つまり、10:6を配分比率として20斗を米・粟それぞれの持ち主に配分するのである。したがって、米・粟それぞれの持ち主の取り分は、

$$\text{米の持ち主の取り分} = \frac{20 \times 10}{10+6} = \frac{200}{16} = 12\frac{8}{16}\text{斗}$$

$$\text{粟の持ち主の取り分} = \frac{20 \times 6}{10+6} = \frac{120}{16} = 7\frac{8}{16}\text{斗}$$

となり、「米粟并」題の解答と一致する。

このように、「米粟并」題では、「米換算術」を用いて米・粟の配分を行っている。『数』でもまた、この「米換算術」が用いられているのであり、次章で論ずる。

三、『数』衰分類の未解読算題（1）

衰分類の中で未解読であった算題のうちの一つは次のようなものである（ここでは算題[一]と呼ぶこととする）。

算題 [一]

(一五五) 曰、以粟爲六斗 \square 、米爲十斗 \square 、麥爲六斗大半[斗] \square

(一五六) 有 (又) 置粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗、亦令各以一爲六、已。乃并粟・米・麥、凡卅斗、以物乘之。如法得一斗。不盈

(一五七) 斗者以法命之。

訓読：曰く、粟を以て六斗と爲し、米を十斗と爲し、麥を六斗大半斗と爲す。又粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗を置き、亦た各おのをして一を以て六と爲さしめ、已る。乃ち粟、米、麥を并せて凡そ三十斗たり、物を以て之に乗ず。法の如くして一斗を得。斗に盈たざる者は法を以て之に命ず。

算題 [一] では、設問部分と解答部分が見えず、残っているのは術文部分のみである。したがって、(一五五) 簡の「曰」字の前は「術」字であろう。その計算で、「粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗」を単に合わせても $6+10+6\frac{2}{3}=22\frac{2}{3}$ 斗になり、術文中の「乃并粟・米・麥、凡卅斗」と合わない。これが今まで、算題 [一] を解読できなかつた主な原因である。

算題 [一] について『岳麓書院藏秦簡 (貳)』では、「この算題は解答と術の部分が残っており、衰分類算題に属する」とあり、(一五五) 簡の「以粟爲六斗、米爲十斗、麥爲六斗大半斗」は算題 [一] の解答部分と考えているようである¹²⁾。

「研究会」は(一五六) 簡の「置粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗」に注目した。この表現は『算数書』「米粟并」題の「直(置)米十斗、六斗」と同様に、異種の穀物を同価値の米に換算を行った結果であると考えられる。これを以下で示そう。

まず、『数』粟米類の算題中に粟から米へ、麦から米への穀物換算法を示すものがある。

(八四) 以麥求米、三母倍實

(八五) 以粟求米、五母三實

(八四)は、麦を同価値の米に換算すると容積が $\frac{2}{3}$ となることを意味し、(八五)は、粟を同価値の米に換算すると容積が $\frac{3}{5}$ となることを意味している¹³⁾。したがって、算題 [一] の「以粟爲六斗」、「米爲十斗」、「麥爲六斗大半斗」はそれぞれ、「粟(十斗)爲(米)六斗」、「米(十斗)爲(米)十斗」、「麥(十斗)爲(米)六斗大半斗」の略、すなわち「粟10斗は米6斗になる」、「米10斗は米10斗である」、「麥10斗は米 $6\frac{2}{3}$ 斗になる」の意である。各穀物を米に換算していることに注意されたい。このことは、『算數書』「米粟并」題でも粟10斗を米6斗に換算していること、そして本題では持ち寄った米、粟、麥各10斗の合計が30斗となり算題 [一] の術文に合致することからも確かめられる。

以上をまとめると、算題 [一] で行われている穀物の換算計算は以下の通りである。

$$\text{粟}10\text{斗} = 10 \times \frac{3}{5}\text{斗} = \text{米}6\text{斗}。$$

$$\text{麥}10\text{斗} = 10 \times \frac{2}{3}\text{斗} = \frac{20}{3}\text{斗} = \text{米}6\frac{2}{3}\text{斗}。$$

つまり、算題 [一] の設問は、三人が粟・米・麥をそれぞれ10斗ずつ持ち寄ったとき、それらの混合した30斗を、それぞれを米に換算した6斗：10斗： $6\frac{2}{3}$ 斗の比率で分配するものである。

『數』の算題(一三七+一三八)もまた穀物配分算題であり、設問部分が算題 [一] で推定したものと極めて似ている。しかし算題 [一] と違って、この算題には設問部分と解答部分が残っており、一応「解説」されたと考えられている。(この算題を算題 [二] と呼ぶこととする)。

算題 [二] (①設問 ②解答)

①一人負米十斗、一人負粟十斗、[一人]負食十斗。并裹而分之、米・粟・食各取幾可(何)。

②曰、米取十四斗七分斗二、粟[取]八斗七分[斗]四、食取七斗七分[斗]一。

食二斗當米一斗。

訓読：① 一人米十斗を負い、一人粟十斗を負い、一人食十斗を負う。并せ裹みて之を分かつに、米、粟、食各おの取ること幾ばくぞ。

② 曰く、米は十四斗七分斗の二を取り、粟は八斗七分斗の四を取り、食は七斗七分斗の一を取る。

食二斗は米一斗に当る。

算題 [二] では、三人がそれぞれ米・粟・食を10斗ずつ持参する。これらを合わせた30斗を米・粟・食の価値によって比例配分を行う。「食」とは何か不明であるが、何らかの

穀物を示すのであろう。算題 [一] と異なって算題 [二] は術文がないので、その解法は明らかではないが、「食二斗當米一斗」とあることより、算題 [一] や『算数書』「米粟并」題と同様に、粟・食を同価値の米に換算したと考えられよう。食は同価値の米に換算すると容積が $\frac{1}{2}$ となるので、食10斗は米5斗になる。また算題 [一] や『算数書』「米粟并」題と同様に、粟10斗は米6斗になる。ゆえに、米・粟・食各10斗を米に換算して価値としての比率を求めると

$$\text{米10斗} : \text{粟10斗} : \text{食10斗} = \text{米10斗} : \text{米6斗} : \text{米5斗} = 10 : 6 : 5$$

である。この比率で米・粟・食10斗ずつを合わせた30斗の配分を行うと、米・粟・食の持ち主の取り分は、

$$\text{米の持ち主の取り分} = \frac{30 \times 10}{10+6+5} = \frac{300}{21} = \frac{100}{7} = 14\frac{2}{7}\text{斗}$$

$$\text{粟の持ち主の取り分} = \frac{30 \times 6}{10+6+5} = \frac{180}{21} = \frac{60}{7} = 8\frac{4}{7}\text{斗}$$

$$\text{食の持ち主の取り分} = \frac{30 \times 5}{10+6+5} = \frac{150}{21} = \frac{50}{7} = 7\frac{1}{7}\text{斗}$$

となり算題 [二] の解答と一致する。算題 [二] の術文は見つかっていないが、もし見つかれば、算題 [一] の文から見て次のような文になるであろう。

術曰、以米爲十斗、粟爲六斗、食爲五斗。又置米十斗、粟六斗、食五斗、已。乃并米・粟・食、凡卅斗。以物乘之。如法得一斗。不盈斗者以法命之。

『岳麓書院藏秦簡(貳)』では算題 [二] の注において、上記の計算式とほぼ同じ式を掲げている。しかしその説明において、「この題は衰分類中の返衰類問題に属する。『九章算術』衰分章の算題と完全に同型な問題であり、その解法も同じである」と述べ、『九章算術』の「返衰術」が用いられたと考えている。「研究会」は算題 [二] の設問が『九章算術』の算題と同型であることは認める。しかし、「返衰術」が用いられたと考える根拠はなく、むしろ「米換算術」が用いられたと考える方がはるかに自然である。

ここで、算題 [一] に戻って考えよう。算題 [一] では(一五五)の前段に当たる設問部分と解答部分が欠落しているので理解が困難となったのであった。しかし算題 [一] と [二] が同類の問題と分かったので、その全文を算題 [二] に倣って復元すると次のようになるだろう。

算題 [一] の復元案 (①設問 ②解答 ③術、太字が復元部分)

- ①一人負粟十斗、一人負米十斗、一人負麥十斗。并裏而分之、粟・米・麥各取幾何。
 ②曰、粟取七斗又十七分斗十六、米取十三斗又十七分斗四、麥取八斗又十七分斗十四。
 ③術曰、以粟爲六斗、米爲十斗、麥爲六斗大半斗。有(又)置粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗、亦令各以一爲六、已。乃并粟・米・麥、凡卅斗。以物乘之。如法得一斗。不盈斗者以法命之。

算題 [一] では、三人が米・粟・麦を10斗ずつ、計30斗持参する。これらを同価値の米に換算したものが、「有(又)置粟六斗、米十斗、麥六斗大半斗」であった。つまり『算数書』「米粟并」題と同様に「米換算術」が用いられている。続けて「亦令各以一爲六」とあるようにそれぞれを6倍しているのは、麦が分数で表されているので、それを整数に換えようとしたものである。単に3倍でなく6倍としたのは、『算数書』「少広」題¹⁴⁾に「下有三分、以一爲六」とあり、これに倣ったためであろう。『数』に同一の簡は見つかっていないが、「下有四分」など類題は多く見つかっている。

$$\begin{aligned} \text{粟}10\text{斗} : \text{米}10\text{斗} : \text{麦}10\text{斗} &= \text{米}6\frac{2}{3}\text{斗} : \text{米}10\text{斗} : \text{米}6\frac{2}{3}\text{斗} \\ &= 6 \times 6 : 10 \times 6 : 6\frac{2}{3} \times 6 = 36 : 60 : 40 = 9 : 15 : 10 \end{aligned}$$

「已」とは、この比率が出た段階で、この三つの比率を合わせて「法」とするという意である。粟・米・麦10斗ずつを合わせて30斗とする。これが「乃并粟・米・麥、凡卅斗。」である。ここで上で得られた比率で30斗の配分を行う。「以物乘之」とは、上で出た粟・米・麦各々の比率を30に掛けること。ここで「物」とは粟・米・麦各々の「比率の数」を言うのであろう¹⁵⁾。「如法得一斗」は30に「比率の数」を掛けたものを法(比率の合計)で割ることである。「以物乘之。如法得一斗」は『算数書』「米粟并」題とは表現が異なるが、これまでの経緯を見れば全く同じ手順だと解釈できる。したがって粟・米・麦の持ち主の取り分は

$$\begin{aligned} \text{粟の持ち主の取り分} &= \frac{30 \times 9}{9+15+10} = \frac{270}{34} = \frac{135}{17} = 7\frac{16}{17}\text{斗} \\ \text{米の持ち主の取り分} &= \frac{30 \times 15}{9+15+10} = \frac{450}{34} = \frac{225}{17} = 13\frac{4}{17}\text{斗} \\ \text{麦の持ち主の取り分} &= \frac{30 \times 10}{9+15+10} = \frac{300}{34} = \frac{150}{17} = 8\frac{14}{17}\text{斗} \end{aligned}$$

となる。これが算題 [一] の解答であり、上記の復元文の②に当たる。

このように、算題 [一] と算題 [二] はどちらも算題を構成する設問、解答、術文の要素のうち、いずれかが欠けている不完全な算題ではあるが、その要素において相互に補完

的な関係にある。すなわち算題 [一] には設問と解答が欠けており、算題 [二] には術文が欠けている。算題 [一] では粟・米・麦の、算題 [二] では米・粟・食の配分であり、麦が食に置き換わるだけで、これら両題はともに「米粟并類算題」である。従って『岳麓書院藏秦簡(貳)』がその注で述べるように『九章算術』の「返衰術」が用いられているとするには無理がある。

四、『数』衰分類の未解読算題(2)

『数』の衰分類の中で未解読であったもう一つの算題は次のようなものである。(この算題を算題 [三] と呼ぶこととする)。

算題 [三]

(一五四) 米・粟且各得幾可(何)。曰、米取三斗有(又)廿七分升<斗>廿四、粟取三斗有(又)廿七分升<斗>三。

訓読：米、粟且つ各おの得ること幾ばくぞ。曰く、米は三斗又二十七分斗の二十四を取り、粟は三斗又二十七分斗の三を取る。

算題 [三] では設問の一部と解答しか残されておらず内容が全く解明されていなかった¹⁶⁾。そこでまず、設問部分から検討していこう。まず残っている設問部分と算題 [一]、[二] から類推して、米・粟の持ち主がそれぞれいくらかを持参し、合わせた穀物を「米換算術」を用いて二人に配分する算題だと考える。また解答部分に「米取三斗有(又)廿七分升廿四、粟取三斗有(又)廿七分升三」とあるので、 $3\frac{24}{27} + 3\frac{3}{27} = 7$ より、⁽¹⁾ 米と粟を合わせて7斗が持ち寄られていたこと、⁽²⁾ 米と粟の持ち主には $3\frac{24}{27} : 3\frac{3}{27} = \frac{105}{27} : \frac{84}{27} = 105 : 84 = 5 : 4$ の比率で米粟合わせた7斗が配分されていることが分かる。

ここで、持ち主がそれぞれ米 x 斗、粟 $(7-x)$ 斗を持参したとする。粟を米に換算すると容積は $\frac{3}{5}$ となるので、粟 $(7-x)$ 斗は米 $(7-x) \times \frac{3}{5}$ 斗となる。米・粟の比率は $5 : 4$ であるので、

$$x : (7-x) \times \frac{3}{5} = 5 : 4$$

より、 $x \times 4 = (7-x) \times \frac{3}{5} \times 5$ が得られ、これを解くと $x = 3$ 。ゆえに、米の持ち主が3斗、粟の持ち主が4斗持っていたことが分かる。したがって、算題 [三] の設問は、米3斗と粟

4斗を持ち寄って混合したものを、米に換算した比率に応じて配分するというものである。よって、この算題〔三〕も「米粟并類算題」である。

次に、算題〔三〕の術を検討しよう。算題〔三〕も算題〔一〕、〔二〕で行ったように米に換算すると、

$$\text{粟} 4 \text{斗} = \text{米} 4 \times \frac{3}{5} \text{斗} = \text{米} \frac{12}{5} \text{斗} = \text{米} 2 \frac{2}{5} \text{斗}$$

なので、粟4斗は米 $2\frac{2}{5}$ 斗になる。ゆえに米3斗と粟4斗の価値の比率は $3 : 2\frac{2}{5}$ である。この比率に分数があるので

$$\text{米} 3 \text{斗} : \text{粟} 4 \text{斗} = \text{米} 3 \times 5 : \text{米} 2 \frac{2}{5} \times 5 = 15 : 12$$

となる。ここで「少広」の術に従って60倍とせず、5倍で計算されたことは『算数書』「粟米并」題からもうかがえる。

粟米并。米一、粟二、凡十斗。精之、爲七斗三分升<斗>一。朮(術)曰、皆五、米粟并爲法。五米、三粟。以十斗乘之爲實。

訳：粟米并。米と粟が1：2で、合計で10斗ある。これを(米に)精白すると、合計は $7\frac{1}{3}$ 斗になる。術にいう、米1、粟2をそれぞれ5倍し合わせたもの(15)を法とする。米1を5倍し、粟2を3倍する。(合わせた11に)10斗を掛けたものを実とする¹⁷⁾。

「粟米并」題では、米粟を5倍すれば、米換算した時に米は5倍され、粟は3倍されることが用いられている。すなわち、米・粟のみの換算問題においては、「五米、三粟」はよく用いられた計算法であったと考えられる。算題〔三〕においても同様に、米3斗は5倍、粟4斗は3倍されることで直ちに比率 $3 \times 5 : 4 \times 3 = 15 : 12$ が求められた。5：4には簡約化されず、米換算としては15：12が用いられたのである。

この比率で米と粟を合わせた7斗を配分すると、持ち主の取り分はそれぞれ

$$\text{米の持ち主の取り分} = \frac{7 \times 15}{15 + 12} = \frac{105}{27} = 3 \frac{24}{27} \text{斗}$$

$$\text{粟の持ち主の取り分} = \frac{7 \times 12}{15 + 12} = \frac{84}{27} = 3 \frac{3}{27} \text{斗}$$

となり、算題〔三〕の解答と約分されていない点まで一致する。

以上より、算題〔三〕の全文を復元すると、次のようになるだろう。

算題 [三] の復元案 (①設問 ②解答 ③術)

①一人負米三斗、一人負粟四斗。并裏而分之、米・粟且各得幾可 (何)。

②曰、米取三斗有 (又) 廿七分斗廿四、粟取三斗有 (又) 廿七分斗三。

③術曰、(以米三斗爲三斗)、粟四斗爲二斗五分斗二。又置米三斗、粟二斗五分斗二、亦令各以一爲五、已。乃并米・粟、凡七斗、以物乘之。如法得一斗。不盈斗者以法命之。

算題 [三] は、各人が持参する穀物の容積が異なっている点に特徴がある。算題 [三] を『九章算術』の「返衰術」で解くことも可能であるが、計算が繁雑になることは次章で述べる。

五、『九章算術』の返衰術

先述したように、『九章算術』衰分章には穀物配分算題が一題ある。

今有甲持粟三升、乙持糲米三升、丙持糲飯三升。欲令合而分之、問各幾何。荅曰、甲二升一十分升之七、乙四升一十分升之五、丙一升一十分升之八。

術曰、以粟率五十、糲米率三十、糲飯率七十五爲衰、而返衰之、副并爲法。以九升乘未并者各自爲實。實如法得一升。

訳：今、甲は粟3升を持ち、乙は糲米3升を持ち、丙は糲飯3升を持つ。これらをすべて合せた後に甲・乙・丙に分配したい。問う、それぞれいくらか。答えにいう、甲は $2\frac{7}{10}$ 升、乙は $4\frac{5}{10}$ 升、丙は $1\frac{8}{10}$ 升。

術にいう、粟率50・糲米率30・糲飯率75を衰として、これを返衰し、別にこれらを合わせたものを法とする。9升をまだ合わせていない返衰に掛けたもの、それぞれを實とする。実を法で割ると升を単位とする答が得られる¹⁸⁾。

この算題は三人が同容積の異種の穀物を持ち寄って合わせた後、その価値に応じて配分を行うものであり、前述の『数』の算題 [一]、[二] と同種の「米粟并類算題」である。ただし用いられる術は全く異なっている。

『九章算術』において用いられるのは「返衰術」¹⁹⁾ と呼ばれる方法である。まず甲、乙、丙の三人が持参した粟、糲米、糲飯の率である粟率50、糲米率30、糲飯率75を取る²⁰⁾。これを「衰」と呼ぶ。次にこれらの逆数 $(\frac{1}{50}, \frac{1}{30}, \frac{1}{75})$ を取る。これが「返衰」であり、この返衰を整数化するのが返衰術である。『九章算術』では返衰を用いて比例配分している。

その手順を下の表に記す。

	粟 3 升	糲米 3 升	糲飯 3 升
① 衰（穀物の率）	50	30	75
② 返衰（①の逆数を取る）	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{75}$
③ ②の分母を50×30×75で通分した後、分子を取り出す	30×75	50×75	50×30
④ ③の比率を簡約化	3	5	2
⑤ 粟・糲米・糲飯合わせた9升を④の比率で三人に配分	$\frac{9 \times 3}{3+5+2} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$ 升	$\frac{9 \times 5}{3+5+2} = \frac{45}{10} = 4\frac{5}{10}$ 升	$\frac{9 \times 2}{3+5+2} = \frac{18}{10} = 1\frac{8}{10}$ 升

簡約化を行うかどうかを除けば「米換算術」とは①～③の手順が異なっている。返衰術の欠点は、3：5：2という比率を出すまでの過程に多くの手数がかかることである。また、持ち寄った穀物の量が異なっている場合は計算の手間がさらに増す。その例として、ここで『数』の算題〔三〕を返衰術で解いてみよう。手順を下記の表でまとめておく。

	米 3 斗	粟 4 斗
① 衰（穀物の率）	30	50
② 返衰（①の逆数を取る）	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{50}$
③ ②の分母を30×50で通分した後、分子を取り出す	50	30
④ ③の比率を簡約化	5	3
⑤ ④の率に米・粟の斗数を掛ける（「斗数込み」の比率）	5×3斗=15	3×4斗=12
⑥ 米・粟合わせた7斗を⑤の比率で配分	$\frac{7 \times 15}{15+12} = \frac{105}{27} = 3\frac{24}{27}$ 升	$\frac{7 \times 12}{15+12} = \frac{84}{27} = 3\frac{3}{27}$ 升

上表④で、同量の米と粟の価値の比率5：3が得られている。

算題〔三〕では、米3斗と粟4斗という異なる量の穀物を合わせて配分するので、その合わせた7斗を単に5：3の比率で配分することはできない。そのため「斗数込み」の比率を求め、この比率による配分を行う必要がある。そこで前表⑤で、まず米の率5に米3斗を、粟の率3に粟4斗を掛け、「斗数込み」の比率15：12を得る。この比率によって、米と粟合わせた7斗を配分する。これが前表⑥で示される。手順⑤⑥については、「米換算術」と全く同じである。米と粟の換算は『数』の粟米類題の中で基本的なものであり、同量の米と粟の価値の比率が5：3であることは、前述した『算数書』「粟米并」題にもあ

るように、よく知られた事実であっただろう。しかし、そうであればなおのこと、『岳麓書院蔵秦簡(貳)』が言うように返衰術を用いてこの5:3を求めたとは考えにくいのである。特に、算題〔三〕のように特定の二種については、その比率が既に整数比でよく知られていたと思われるのもその理由である。さらに穀物の種類が増えれば、『九章算術』の算題のように、配分比率を出す計算はより複雑になる。したがって『数』の穀物配分算題では、米換算した比率を整数化したものを比例配分に用いていたとするのが妥当であり、『岳麓書院蔵秦簡(貳)』の注で、算題〔二〕に返衰術を用いたとするのは大いに疑問である。

最後に、『九章算術』の算題を「米換算術」で解いてみる。まず、三人が持参した「粟三升、糲米三升、糲飯三升」を同価値の米(糲米)に換算する。

$$\text{粟 } 3 \text{ 升} = 3 \times \frac{3}{5} \text{ 升} = \frac{9}{5} \text{ 升} = \text{糲米 } 1\frac{4}{5} \text{ 升}, \text{ 糲飯 } 3 \text{ 升} = 3 \times \frac{2}{5} \text{ 升} = \frac{6}{5} \text{ 升} = \text{糲米 } 1\frac{1}{5} \text{ 升}$$

このとき、粟、糲米、糲飯の比率は $1\frac{4}{5} : 3 : 1\frac{1}{5}$ となり、分母に5があるので、全体に5を掛ける。ただし比率の簡約化は行わないでおく。

$$\begin{aligned} \text{粟 } 3 \text{ 升} : \text{糲米 } 3 \text{ 升} : \text{糲飯 } 3 \text{ 升} &= \text{糲米 } 1\frac{4}{5} \text{ 升} : \text{糲米 } 3 \text{ 升} : \text{糲米 } 1\frac{1}{5} \text{ 升} \\ &= 1\frac{4}{5} \times 5 : 3 \times 5 : 1\frac{1}{5} \times 5 = 9 : 15 : 6 (= 3 : 5 : 2) \end{aligned}$$

であるので、この比率で合わせた9升を配分すると

$$\text{粟の持ち主の取り分} = \frac{9 \times 9}{9+15+6} = \frac{81}{30} = 2\frac{21}{30} \text{ 升}$$

$$\text{糲米の持ち主の取り分} = \frac{9 \times 15}{9+15+6} = \frac{135}{30} = 4\frac{15}{30} \text{ 升}$$

$$\text{糲飯の持ち主の取り分} = \frac{9 \times 6}{9+15+6} = \frac{54}{30} = 1\frac{24}{30} \text{ 升}$$

となり、『九章算術』で得られた解答と値としては同じになる。しかし、『九章算術』の解答そのものを得るには、比率の簡約化が必要である。

このように『数』などで用いられた、「米換算術」は、多くの場合「返衰術」と比較してはるかに簡便である。ところが、「米換算術」は後代『九章算術』の「返衰術」に取って替わられている。この理由は今のところ不明であり、今後の研究を待ちたい。

注

1. 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡（貳）』（上海辭書出版社、2011年12月）として出版された。
2. 『岳麓書院藏秦簡（貳）』の前言を参照。
3. 中国古算書研究会の構成員は、張替俊夫（代表）、大川俊隆、小寺裕、角谷常子、武田時昌、田村三郎、田村誠、馬場理恵子、馬彪、吉村昌之。
4. 大川俊隆「岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿（1）」大阪産業大学論集人文・社会科学編16（2012）。
5. 田村誠「岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿（2）」大阪産業大学論集人文・社会科学編17（2013）。
6. 馬場理恵子、吉村昌之「岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿（3）」大阪産業大学論集人文・社会科学編18（2013）。
7. 『算数書』については、張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』（朋友書店、2006年10月）を参照。
8. 穀物の換算計算については、馬場理恵子「『九章算術』訳注稿（5）」大阪産業大学論集人文・社会科学編6（2009）の穀物換算表を参照。
9. 米と粟は同種の穀物で精米度合が異なるものだが、ここでは異なる穀物と見なす。
10. 『算数書』「米粟并」題の積文については『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』のP48を参照。訳は同書の訳に一部修正を加えた。
11. 『算数書』「粟求米」題で粟を同価値の米に換算する方法が述べられている。「粟求米、三之、五而一」、すなわち粟の容積を $\frac{3}{5}$ 倍すると米に換算した容積が得られる。『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』のP46を参照。
12. 『岳麓書院藏秦簡（貳）』では算題〔一〕について、これ以外の内容に対する注釈は加えていない。
13. 「『九章算術』訳注稿（5）」の穀物換算表では、粟50、米（糯米）30、麦45としている。これらは同価値の粟・米・麦に対する容積比を表している。
14. 『算数書』「少広」題については『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』のP1を参照。
15. 『國語』周語上に「王曰、虢其幾何。對曰、昔堯臨民以五。今其胃見。神之見也、不過其物」とあり、その章注に「物、数也」とある。
16. 『岳麓書院藏秦簡（貳）』では、算題〔三〕について全く注釈を加えていない。
17. 『算数書』「粟米并」題の積文については『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』のP50を参照。訳は同書の訳に一部修正を加えた。
18. この算題の訳については、角谷常子、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（7）」大阪産業大

学論集人文・社会科学編8 (2010) を参照。

19. 「返衰術」の詳細については『『九章算術』訳注稿(7)』の注(25)を参照。
20. 『『九章算術』訳注稿(5)』の穀物換算表にある粟50、糲米30、糲飯75がそれぞれ、粟率、糲米率、糲飯率に当たる。