

『九章算術』 訳注[†] 稿 (16)

武 田 時 昌、張 替 俊 夫

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 16

TAKEDA Tokimasa

HARIKAE Toshio

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the sixteenth article based on our research and results in which we studied the problems 21 to 28 of Chapter 5, Shang gong (商功).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†]This work was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

平成26年10月31日 原稿受理

本論文では、商功章の算題(21)～(28)に対する訳注を与える。

九章算術卷第五(続き)

[二一]今有盤池、上廣六丈、袤八丈、下廣四丈、袤六丈、深二丈。問、積幾何。答曰、七萬六百六十六尺太半尺。

負土往來七十步。其二十步上下棚・除。棚・除二當平道五^[34]。踟躕之間十加一、載輪之間三十步、定一返一百四十步。土籠積一尺六寸。秋程人功行五十九里半。問、人到積[尺]及用徒各幾何。答曰、人到二百四尺、用徒三百四十六人一百五十三分人之六十二。

術曰、以一籠積尺乘程行步數、爲實。往來上下、棚・除二當平道五。置定往來步數、十加一、(及)[加]_[-]載輪之間三十步以爲法。除之、所得即一人所到尺^[35]。以所到約積尺、即用徒人數。

校訂：[一]次條の術文に「置今往來步數、加載輪之間一里」とあるのに依れば、ここの「及」字は「加」の形訛ではないかと思われる。劉徽注の引用文も同じ。

訓読：今、盤池有り⁽¹⁰³⁾、上広六丈、袤八丈、下広四丈、袤六丈、深二丈。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、七万六百六十六尺太半尺⁽¹⁰⁴⁾。

土を負うて往来すること七十歩。其の二十歩は棚・除を上下す。棚・除二は平道五に当たる⁽¹⁰⁵⁾。踟躕の間は十に一を加う⁽¹⁰⁶⁾。載輪の間は三十歩⁽¹⁰⁷⁾。定は、一返一百四十歩なり⁽¹⁰⁸⁾。土籠は、積一尺六寸なり。秋程人功、行くこと五十九里半。問う、人の到す積尺及び用徒は各々幾何ぞ。答えに曰う、人の到すこと二百四尺、用徒三百四十六人一百五十三分人之六十二。

術に曰う、一籠の積尺を以て程行の歩数に乗じて、実と爲す。往来上下するに、棚・除二は平道五に当たる。定めし往来の歩数を置き、十に一を加え、載輪の間三十歩を加え、以て法と爲す。之を除せば、得る所は即ち一人の到す所の尺なり。到す所を以て積尺を約せば⁽¹⁰⁹⁾、即ち用徒の人数なり⁽¹¹⁰⁾。

注：(103)「盤池」は、下にすばまった四角錐台([一九]の芻童と同じ形)の池である。42)の図13参照。青銅器の方盤は下にすばまった四角錐台の形状になっており、それに因んで「盤池」と称する。

(104) ここでの計算は、次の通りである。

$$V = \{ (上表 8 丈 \times 2 + 下表 6 丈) \times 上広 6 丈 + (下表 6 丈 \times 2 + 上表 8 丈) \times 下広 4 丈 \} \times 深 2 丈 \div 6$$

$$= (220 尺 \times 60 尺 + 200 尺 \times 40 尺) \times 20 尺 \div 6 = 70666 \frac{2}{3} \text{立方尺}$$

(105) 「棚」は棧道、「閣」とも呼ばれる。「除」は墓道などのスロープのことである。労役規定では平地を歩行する距離を基準に定められているが、隘路、坂道を上下する場合には平地よりも多くの労力を必要とする。そこで、平地の歩行距離に比べて2.5倍に換算して考える。ここでは、荷物を背負って往復する往復距離70歩のうち20歩が上下に昇降するので、それを平地での歩行距離に換算し、2.5倍して50歩とする。すると、仕事量の算定に用いる往復距離は、(70歩 - 20歩) + 50歩 = 100歩となる。後文の「定往来歩数」は、この算定値を指す。

(106) 「踟躕」は双声の擬態語であり、棧道や坂道で荷物を背負って歩くためにぐずぐずとしてスピードが鈍ることを言う。その遅行によって生ずる仕事量の増加分を考慮し、全体の歩行距離の1割増しとする。すなわち、100歩 \times 1.1 = 110歩。

(107) 「載輸の間」とは、運び出す土を積み卸しするのにかかる作業を指し、1往復の所要分を歩行距離30歩に換算する。次問と均輸章の間4に見える。

(108) 「定」とは、1往復の作業に必要な仕事量として「棚・除の上下」「踟躕の間」「載輸の間」などを考慮して算定した歩行距離の総和。定140歩を導き出す計算式は、以下のようになる。

$$\{ (70 歩 - 20 歩) + 20 歩 \times \frac{5}{2} \} \times 1.1 + 30 歩 = 140 歩$$

(109) ここの「約」は、割り算を行う動詞「除」と同じ意味で使っている。本條の注及び次條の術文、劉注にも見られるが、『九章算術』の本文では他には用例がなく、中世以降の用語であると思われる。南宋本では、その個所は欠字になっていたり、語順が異なっていたりする。あるいは、李淳風注の文章が紛れ込んでいるのかもしれない。

(110) 土籠の容積が1.6立方尺なので、それが1回の往復作業で運べる体積である。1往復の仕事量(「定」)が歩数に換算して140歩必要であり、秋期において1人、1日当たりに課す仕事量(「秋程人功」)は、59.5里 (= 17850歩)と定められている。したがって、労役規程のノルマに依拠して1人が運び出す1日分の総量(「人到積尺」「一人所到尺」)は、x立方尺 : 1.6立方尺 = 59.5里 : 140歩という比例の公式(今有術)に当てはめれば算出できる。

$$x = 1.6 \text{立方尺} \times 17850 \text{歩} \div 140 \text{歩} = 204 \text{立方尺}$$

また、土を掘って作ろうとする盤池の容積が $70666\frac{2}{3}$ 立方尺なので、その土の運び出しに必要とする人夫の延べ人数（「用徒」）は、その容積を204立方尺で割れば求まる。

$$70666\frac{2}{3}\text{立方尺} \div 204\text{立方尺/人} = 346\frac{62}{153}\text{人}$$

訳：今、盤池がある。上広6丈、上袤8丈、下広4丈、下袤6丈、深2丈。問う、容積は如何ほどであるか。

答えにいう、 $70666\frac{2}{3}$ 立方尺。

（籠で）土を背負って往復すること70歩。そのうちの20歩は、棧道や坂道を昇降する。棧道と坂道の2は平らな道の5に相当する。ぐずぐずと遅行する増加分は、10に対して1を加える（1割増しにする）。積み卸し作業分は30歩。（以上により）定まった歩数は、1往復の作業で140歩。土籠の容積は1立方尺600立方寸である。秋程の人功（秋期の労役規程における1人、1日当たりの仕事量）は、歩行距離にして59.5里。問う、1人が（1日当たりに）運び出す体積及び必要な人夫の延べ人数は如何ほどであるか。

答えにいう、1人が（1日当たりに）運び出す体積は204立方尺、必要人夫数は $346\frac{62}{153}$ 人。

術にいう、一籠の積載量を程行歩数に掛けて、実とする。往来し、上下するのに、棧道・坂道の2は平地の5に相当する。（棧道・坂道の歩行をその比率で平地の歩行に換算して）定めた1往復の歩数（=100歩）を置き、10に対して1を加えて1割増しにし、積み卸し作業分30歩を加え、法とする。実を法で割り、得た値はすなわち1人が運び出す体積である。1人が運び出す体積で総容積を割ると、すなわち必要人夫数になる。

[34] [劉注] 棚、閣。除、邪道。有上下之難、故使二當五也。

訓読：棚は、閣なり。除は、^{なな}邪めの道なり。上下するの難有り、故に二をして五に当たらしむる也。

訳：「棚」は閣道であり、「除」は坂道である。それらの道の上り下りには難儀を伴うので、（その歩数）2を（平地での歩数）5に相当させる。

[35] [注] [臣淳風等謹] [一] 按、此術、棚、閣。除、邪道。有上下之難、故使二當五。置定往來歩數、十加一、（及）[加] 載輸之間三十歩、是爲往（求）[來] 一返凡用一百四十歩。於今有術、爲所有行率、籠積一尺六寸、爲所求到土率、程行五十九里半爲所有數、而今有之、

即人到尺數。以所到〔約〕^{〔二〕}積尺、即用徒人數者、此一人之積除其衆積尺、故得用徒人數。爲術又可令往來一返所用之步約程行、爲返數、乘籠積、爲一人所到。以此術與今有術相反覆、則乘除之或先後。意各有所在而同歸耳。

校訂：〔一〕この注の冒頭部分は、前の劉徽注[34]と重複しているから、おそらく李淳風注である。「按」の上に「臣淳風等謹」の5字を補うべきである。

〔二〕南宋本は「約」字を欠く。四庫本は「約」があり、術文の引用であるので原文の通りに「約」字を補うが、注(109)で指摘したように、その術文には錯誤が考えられる。あるいは「除」とすべきかもしれない。

訓読：臣淳風等謹んで按ずるに、此の術、棚は、閣なり。除は、邪めの道なり。上下するの難有り、故に二をして五に当らしむ。「定めし往來の歩数を置き、十に一を加え、載輸の間三十歩を加う」とは、是れ往來の一返の凡そ用うること一百四十歩と爲す。今有術に於いて、所有行率と爲し、籠積一尺六寸、所求到土率と爲し、程行五十九里半、所有数と爲す⁽¹¹¹⁾。而して之を今有すれば、即ち人の到す尺数なり。「到す所を以て積尺を約せば、即ち用徒の人数なり」とは、此れ一人の積もて其の衆積尺を除す。故に用徒の人数を得。

術を爲すや、又往來一返の用うる所の歩をして程行を約せしめて、返数と爲し、籠の積に乗じて、一人の到す所と爲さしむべし。以えらく、此の術、今有術と相反覆すれば、則ち乗除に先後或り。意、各々在る所有りて帰を同じくするのみ。

注：(111)「所有行率」は今有術の所有率、「所求到土率」は今有術の所求率に相当する。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、此の術において、「棚」は閣(棧道)であり、「除」は坂道である。それらを上り下りするには難儀を伴うので、(それらの歩数)2を平地での歩数5に相当させる。「(棚・除の歩行を平地の歩行に換算して)定めた往來の歩数を置き、10に対して1を加えて1割増しにし、積み卸し作業分30歩を足す」とあるのは、1回の往復作業に必要な総歩数を140歩としたものである。今有術において、140歩を所有行率とし、籠の体積1.6立方尺を所求到土率とし、程行の59.5里を所有数として、今有術に当てはめると、すなわち1人が運び出す体積になる。「1人が運び出す体積で(盤池の)容積を割ると、すなわち必要人夫数になる」とあるのは、1人分の体積で(盤池の)総容積を割ると、そこで必要人夫数が得られる。

別の解法として以下のようにすることもできる。1回の往復作業に必要な歩数で規程に定めた仕事量を割って回数を出し、土籠の容積を掛けると、1人が運び出す体積になる。思うに、この術は今有術と表裏関係にあるので、乗除に先後がある。それぞれ異なる数理が存在しているが、帰着するところは同じである。

[二二]今有冥谷、上廣二丈、袤七丈、下廣八尺、袤四丈、深六丈五尺。問、積幾何。答曰、五萬二千尺。

載土往來二百歩、載輸之間一里、程行五十八里。六人共車。車載三十四尺七寸。問、人到積尺及用徒各幾何。

答曰、人到二百一尺五十分尺之十三、用徒二百五十八人一萬六十三分人之三千七百四十六。

術曰、以一車積尺乘程行歩數爲實。置今往來歩數、加載輸之間一里、以車六人乘之爲法。除之、所得卽一人所到尺_{[36][37]}。以所到約積尺、卽用徒人數。

訓読：今、冥谷有り⁽¹¹²⁾、上広二丈、袤七丈、下広八尺、袤四丈、深六丈五尺。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、五万二千尺。

土を載して往來すること二百歩、載輸の間一里、程行五十八里。六人、車を共にす。車に載すること三十四尺七寸。問う、人の到す積尺及び用徒、各々幾何ぞ⁽¹¹³⁾。

答えに曰う、人の到すこと二百一尺五十分尺の十三、用徒二百五十八人一萬六十三分人の三千七百四十六⁽¹¹⁴⁾。

術に曰う、一車の積尺を以て程行歩數に乘じて実と爲す。今の往來歩數を置き、載輸の間一里を加え、車六人を以て之に乗じて法と爲す。之を除すれば、得る所は即ち一人の到す所の尺なり。到す所を以て積尺を約せば、即ち用徒の人数なり。

注：(112) 郭書春の説によれば、「冥谷」は墓穴である（その形状は四角錐台を上下にひっくり返した形）。

(113) 前問に比べて棧道や坂道の歩行作業はないが、運搬用の籠の代わりに荷車を用いる。1台の荷車は6人で運ぶので、荷車の容積を6で割って1人が運び出す分量を導けば、前問の解法が適用できる。ただし、術文では、先に6で割らずに、「法」に掛けてまとめて後で割り、分数計算を後回しにする。

(114) ここでの計算は、次の通りである。

$$V = \{ (上袤 7 丈 \times 2 + 下袤 4 丈) \times 上広 2 丈 + (下袤 4 丈 \times 2 + 上袤 7 丈) \times 下広 8 尺 \} \times 深さ 6 丈 5 尺 \div 6$$

$$= (180尺 \times 20尺 + 150尺 \times 8尺) \times 65尺 \div 6 = 52000 立方尺$$

$$人所到尺 = 58里 \times 34尺 7寸 \div \{ (200歩 + 1里) \times 6人 \} = 603780 \div 3000 = 201 \frac{13}{50} 立方尺 / 人。$$

$$用徒 = V \div 人所到尺 = 52000 立方尺 \div 201 \frac{13}{50} 立方尺 / 人 = 258 \frac{3746}{10063} 人$$

訳：今、冥谷がある。上広2丈、上袤7丈、下広8尺、下袤4丈、深さ6丈5尺。問う、体積は如何ほどであるか。

答えにいう、52000立方尺。

(荷車に)土を積載して往復すること200歩、積み卸し分は1里、規程の仕事量は歩行距離58里である。6人で1台の荷車を共に使う。1台の荷車の積載量は34.7立方尺。問う、1人が運び出す体積及び必要な人夫の延べ人数は、それぞれ如何ほどであるか。

答えにいう、1人が運び出す体積 $201\frac{13}{50}$ 立方尺。必要人夫数 $258\frac{3746}{10063}$ 人。

術にいう、荷車の積載量を規程の仕事量の歩数に掛けて、実とする。今の往来の歩数を置き、積み卸し作業分1里を加え、車6人をこれに掛けて、法とする。実を法で割ると、得られた値は、すなわち1人の運び出す体積である。その体積で冥谷の容積を割ると、すなわち必要人夫数になる。

[36] [劉注] [一] 術恐有分、故令乘法而并除。[以所到 [約] 積尺 [約] [二]、即用徒人數] 者、以一人所 [到] [三] 積尺、除其衆積、故得用徒人數也。

校訂：[一]「以下の文は、次に続く李注の後半に収められているが、李注の前半に「術有分、故亦更令乘法而并除者」との文があることにより、この文は劉注の可能性があり、李注がそれを受けて引用したものと考えられる。よって、この40字を劉注として独立させ、李注の前に置く。

[二] 南宋本は「積尺約」に作るが、四庫本に従う。

[三]「到」字は、郭書春の校勘に従って補う。

訓読：術は分有るを恐る。故に法に乗じて并除⁽¹¹⁵⁾せしむ。「到す所を以て積尺を約せば、即ち用徒の人数なり」とは、一人の到す所の積尺を以て、其の衆積を除す。故に用徒の人数を得る也。

注：(115)「并除」とは、前後して二数で割る計算をするとき、前の除数で割らないで、後の除数にそれを掛けた後で一緒に割り算をすること。35)の注(47)参照。

訳：術は途中で分数が出てくるのを避ける。だから、前もってその数を法に掛けて并除させる。「1人のもたらす総体積を割れば、用徒の人数である」とは、1人が運び出す体積で総体積を割るので、用徒の人数が得られるのである。

[37] [注] [臣淳風等謹] [一] 按、此術今有之義。以載輪及往來并、得五百步、爲所有行率。車載三十四尺七寸爲所求到土率。程行五十八里、通之爲步、爲所有數。而今有之、所得則一車所到。欲得人到者、當以六人除之、即得。

術有分、故亦更令乘法而并除者、亦用以(半)〔車〕_[二]尺數、以爲一人到土率、六人乘五百歩、爲行率也。

又可以五百歩爲行率、令六人約(半)〔車〕_[三]積尺數爲一人到土率、以(載)〔負〕_[四]土術入之。入之者、亦可求返數也。要取其會通而已。

校訂：〔一〕「按此術」の上に「臣淳風等謹」の5字を補うべきである。

〔二〕、〔三〕「半尺數」の「半」は、李潢の校勘に従って「車」に改める。

〔四〕李潢の校勘に従って「載」を「負」に改める。

訓読：臣淳風等謹んで按ずるに、此の術、今有の義なり。載輪及び往來を以て并せて、五百歩を得、所有行率と爲す。車に載する三十四尺七寸を所求到土率と爲す。程行五十八里、之を通じて歩と爲し、所有數と爲す。而して之を今有して、得る所は則ち一車の到す所なり。人の到すを得んと欲すれば、當に六人を以て之を除し、即ち得べし。

「術に分有り、故に亦た更に法に乗じて并除せしむ」とは、亦た用うるに車の尺數を以てし、以て一人到土率と爲し、六人もて五百歩に乘じ、行率と爲す也。

又五百歩を以て行率と爲し、六人をして車の積尺數を約して一人の到土率と爲さしめ、負土術⁽¹¹⁶⁾を以て之に入るべし。之に入るれば、亦返數を求むべき也。要は其の會通を取るのみ。

注：(116)「負土術」とは、前問の「負土往來」の解法を指す。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、此の術は今有術の意である。積み下ろし作業分(1里=300歩)と往來の歩數(200歩)を加え合わせて500歩を得、それを所有行率とする。荷車の積載量34.7立方尺を所求到土率とする。規程の仕事量58里を歩に換算して(58里×300歩=17400歩)、所有數とする。そこでこれらに今有術をあてはめ、得られた値が1車の運び出す體積である。1人の割り当て歩數を得ようとするならば、6人でこれを割ると得られる。

劉徽注に「術では、途中で分数が出てくるのを避ける。だから、その數を法にさらに掛けて、并除させる」とあるのは、(今有術の所求率に)荷車の積載量を用いて、それを1人の所求到土率とし、6人を500歩に掛け、所有行率とすることである。

また、500歩を(所有)行率とし、6人で荷車の積載量を割って1人の所求到土率とし、前問の負土術に代入することもできる。これに代入すると、また往復の回數を求めることができる。要するに(いずれの場合でも、數理を)相互に通じ合うようにしただけである。

[二三] 今有委粟平地、下周一十二丈、高二丈。問、積及爲粟幾何。

答曰、積八千尺^[38]^[39]。爲粟二千九百六十二斛二十七分解之二十六^[40]^[41]。

訓読：今、粟を委ねて地に平らにする有り⁽¹¹⁷⁾、下周一十二丈、高二丈。問う、積及び粟を爲すこと幾何ぞ。

答えに曰う、積八千尺⁽¹¹⁸⁾。粟を爲すこと、二千九百六十二斛二十七分解の二十六⁽¹¹⁹⁾。

注：(117)「委」は積み重ねること。地面に平たく粟を積み重ねると、円錐状の山ができる。その体積と重量を算出する。円錐の求積問題は、[一三]に既出。

(118) 円錐の体積 V_1 は、下周 ℓ_1 、高さ h 、 $\pi = 3$ とすると、次式になる。

$$V_1 = \frac{1}{12\pi} \ell_1^2 h = \frac{1}{36} \ell_1^2 h$$

$$= (\text{下周}120\text{尺})^2 \times \text{高さ}20\text{尺} \div 36 = 8000\text{立方尺}$$

(119) 重さ1斛の粟の体積を2.7立方尺として、体積から重量を算出する。

$$\text{粟の重量} = 8000\text{立方尺} \div 2.7\text{立方尺/斛} = 2962\frac{26}{27}\text{斛}$$

この換算の比率は、[二五]の委粟術に「程」として明示される。また、『算数書』【12】旋粟にも「二尺七寸而一石」として見られる。矢崎武人『『算数書』中の「二尺七寸而一石と『漢書』律曆志」参照(『張家山漢簡『算数書』の総合的研究～プロジェクト共同研究～) (産研叢書26、大阪産業大学産業研究所、2007.2) pp.153-163) 参照。

訳：今、地面に平たく粟を積み上げる。下周12丈、高さ2丈。問う、体積及び粟の重量は如何ほどであるか。

答えにいう、体積は8000立方尺。粟の重量 $2962\frac{26}{27}$ 斛。

[38] [劉注] 於徽術、當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九。

訓読：徽の術に於いては、当に積七千六百四十三尺一百五十七分尺の四十九たるべし⁽¹²⁰⁾。

注：(120) 徽率 $\pi = \frac{157}{50}$ を用いた場合、次のような補正值になる。

$$V_1 = \frac{1}{12\pi} \ell_1^2 h = \frac{25}{942} \ell_1^2 h$$

$$= (\text{下周}120\text{尺})^2 \times \text{高さ}20\text{尺} \div \frac{942}{25} = 7643\frac{49}{157}\text{立方尺}$$

訳：私めの術では、まさに体積 $7643\frac{49}{157}$ 立方尺とすべきである。

[39] [注] 臣淳風等謹 [按]_[-]、依密率、爲積七千六百三十六尺十一分尺之四。

校訂：[一]南宋本は「按」字を欠くが、他例の「臣淳風等謹按」に倣って補う。下文の[41]

[43][45][47][49]の李注も同様に補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、積を為すこと七千六百三十六尺十一分尺の四⁽¹²¹⁾。

注：(121) 密率(祖沖之の約率) $\pi = \frac{22}{7}$ を用いた場合、次のような補正值になる。

$$\begin{aligned} \text{円錐の体積} &= \frac{1}{12\pi} \ell_1^2 h = \frac{7}{264} \ell_1^2 h \\ &= (\text{下周}120\text{尺})^2 \times \text{高さ}20\text{尺} \div \frac{264}{7} = 7636\frac{4}{11}\text{立方尺} \end{aligned}$$

訳：臣淳風等謹みて按じますに、密率によると、体積は $7636\frac{4}{11}$ 立方尺になる。

[40][劉注]於徽術、當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一千二百一十。

訓読：徽の術に於いては、當に粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛の一千二百一十たるべし⁽¹²²⁾。

注：(122) 徽率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{粟の重量} = 7643\frac{49}{157}\text{立方尺} \div 2.7\text{立方尺/斛} = 2830\frac{1210}{1413}\text{斛}$$

訳：私めの術では、まさに粟の重量 $2830\frac{1210}{1413}$ 斛とすべきである。

[41][注]臣淳風等謹按、依密率、爲粟二千八百二十八斛九十九分斛之二十八。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、粟を為すこと二千八百二十八斛九十九分斛の二十八⁽¹²³⁾。

注：(123) 密率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{粟の重量} = 7636\frac{4}{11}\text{立方尺} \div 2.7\text{立方尺/斛} = 2828\frac{28}{99}\text{斛}$$

訳：臣淳風等謹みて按じますに、密率によると、粟の重量は $2828\frac{28}{99}$ 斛になる。

[二四]今有委菽依垣、下周三丈、高七尺。問、積及爲菽各幾何。

答曰、積三百五十尺^{[42][43]}。爲菽一百四十四斛二百四十三分斛之八^{[44][45]}。

訓読：今、菽を委ねて垣に依る有り、下周三丈、高七尺。問う、積及び菽を為すこと各おの幾何ぞ。

答えに曰う、積三百五十尺⁽¹²⁴⁾。菽を為すこと一百四十四斛二百四十三分斛の八⁽¹²⁵⁾。

注：(124) 菽を垣根に寄りかからせて積み上げると、半錐(円錐を縦に2等分した立体、底面は半円)になる(図14参照)。その体積 $V_{\frac{1}{2}}$ は、円錐 V_1 の半分になるが、底面の下周 $\ell_{\frac{1}{2}} (= \frac{1}{2} \ell_1)$ 、半円の円弧の長さ)を用いると、次式になる。ただし、ここでは

$\pi = 3$ とする。

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} V_1 = \frac{1}{24\pi} \ell_1^2 h = \frac{1}{6\pi} \ell_{\frac{1}{2}}^2 h = \frac{1}{18} \ell_{\frac{1}{2}}^2 h$$

$$= (\text{下周}30\text{尺})^2 \times \text{高さ}7\text{尺} \div 18 = 350\text{立方尺}$$

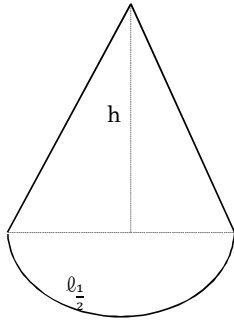


図14 半錐の図

(125) 菽の場合、1斛の体積は2.43立方尺(粟の場合の $\frac{9}{10}$ 倍)とする。体積から重量を求めると、次のようになる。

$$\text{菽の重量} = 350\text{立方尺} \div 2.43\text{立方尺/斛} = 144\frac{8}{243}\text{斛}$$

訳：今、菽を垣根に寄りかからせて積み上げる。下周3丈、高7尺。問う、体積及び菽の重量は如何ほどであるか。

答えにいう、体積は350立方尺。菽の重量は $144\frac{8}{243}$ 斛。

[42] [劉注] 依徽術、當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六也。

訓読：徽の術に依れば、當に積三百三十四尺四百七十一分尺の一百八十六たるべきなり⁽¹²⁶⁾。

注：(126) 徽率を用いる場合、体積の補正值は次のようになる。

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6\pi} \ell_{\frac{1}{2}}^2 h = \frac{25}{471} \ell_{\frac{1}{2}}^2 h$$

$$= (\text{下周}30\text{尺})^2 \times \text{高さ}7\text{尺} \div \frac{471}{25} = 334\frac{186}{471}\text{立方尺}$$

訳：私めの術によると、まさに体積 $334\frac{186}{471}$ 立方尺とすべきである。

[43] [注] 臣淳風等謹 [按]、依密率、爲積三百三十四尺十一分尺之一。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、積を爲すこと三百三十四尺十一分尺の—⁽¹²⁷⁾。

注：(127) 密率を用いる場合、体積の補正值は次のようになる。

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6\pi} \rho_{\frac{1}{2}}^2 h = \frac{7}{132} \rho_{\frac{1}{2}}^2 h$$

$$= (\text{下周}30\text{尺})^2 \times \text{高さ}7\text{尺} \div \frac{132}{7} = 334\frac{1}{11}\text{立方尺}$$

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、体積は $334\frac{1}{11}$ 立方尺になる。

[44] [劉注] 依徽術、當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛之七千七百七十一。

訓読：徽の術に依れば、當に菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛の七千七百七十一たるべし⁽¹²⁸⁾。

注：(128) 徽率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{菽の重量} = 334\frac{186}{471}\text{立方尺} \div 2.43\text{立方尺/斛} = 137\frac{7771}{12717}\text{斛}$$

訳：私めの術によると、まさに菽の重量 $137\frac{7771}{12717}$ 斛とすべきである。

[45] [注] 臣淳風等謹按、依密率、爲菽一百三十七斛八百九十一分斛之四百三十三。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、菽を爲すこと一百三十七斛八百九十一分斛の四百三十三⁽¹²⁹⁾。

注：(129) 密率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{菽の重量} = 334\frac{1}{11}\text{立方尺} \div 2.43\text{立方尺/斛} = 137\frac{433}{891}\text{斛}$$

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、菽の重量は $137\frac{433}{891}$ 斛になる。

[二五] 今有委米依垣内角、下周八尺、高五尺。問、積及爲米幾何。

答曰、積三十五尺九分尺之五_{[46][47]}。爲米二十一斛七百二十九分斛之六百九十一

[48][49]。

委粟術曰、下周自乘、以高乘之、三十六而一_[50]。其依垣者_[51]、十八而一_[52]。其依垣内角者_[53]、九而一_{[54][55]}。程、粟一斛積二尺七寸_[56]。其米一斛積一尺六寸五分寸之一_[57]、其菽・荅・麻・麥一斛皆二尺四寸十分寸之三_[58]。

訓読：今、米を委ねて垣の内角に依る有り、下周八尺、高五尺。問う、積及び米を爲すこと幾何ぞ。

答えに曰う、積三十五尺九分尺之五⁽¹³⁰⁾。米を爲すこと二十一斛七百二十九分斛の六百九十一⁽¹³¹⁾。

委粟術に曰う、下周は自乗し、高を以て之に乗じ、三十六にして一とす。其の垣に依る者は、十八にして一とす。其の垣の内角に依る者は、九にして一とす。程に、粟一斛は積二尺七寸、其の米一斛は積一尺六寸五分寸の一、其の菽・荅・麻・麥一斛は

皆二尺四寸十分寸の三⁽¹³²⁾。

注：(130) 米、すなわち糯米を垣根の内側の角(角度は直角)に積み上げると、円錐を縦に4等分した立体(4分の1円錐)になる(図15参照)。その体積 $V_{\frac{1}{4}}$ は、底面の下周 $\ell_{\frac{1}{4}} (= \frac{1}{4} \ell_1$, 扇形の円弧の長さ)を用いると、次式になる。

$$V_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} V_1 = \frac{1}{48\pi} \ell_1^2 h = \frac{1}{3\pi} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h$$

さらに $\pi = 3$ の時は、

$$V_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{9} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h = (\text{下周 } 8 \text{ 尺})^2 \times \text{高さ } 5 \text{ 尺} \div 9 = 35 \frac{5}{9} \text{ 立方尺}$$

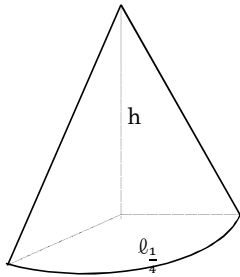


図15 4分の1錐の図

(131) 米の場合、1斛の体積は1.62立方尺(粟の場合の $\frac{3}{5}$ 倍)とする。ここでの計算は、次の通りである。

$$\text{米の重量} = 35 \frac{5}{9} \text{ 立方尺} \div 1.62 \text{ 立方尺/斛} = 21 \frac{691}{729} \text{ 斛}$$

(132) 術文には粟、米(糯米)、菽・荅・麻・麦の1斛の体積をそれぞれ2700立方寸、1620立方寸、2430立方寸とする。それらの比率は、粟：米：菽・荅・麻・麦=2700：1620：2430=50：30：45となり、巻2冒頭に「粟米の法」として掲載する変換率に合致する。その変換率が同じ重量の体積の比率(=密度)に基づくものであることがわかる。劉徽はこのことに気づいている(劉徽注[58]参照)。

なお、岳麓書院藏秦簡『数』には、水1斛の体積を基準として穀物の体積比を定めており、今日の比重に類似する考え方が窺える。38) 参照。

訳：今、米を垣の内側の角に寄りかからせて積み上げる。下周8尺、高さ5尺。問う、体積及び米の重量は如何ほどであるか。

答えにいう、体積は $35 \frac{5}{9}$ 立方尺。米の重量は $21 \frac{691}{729}$ 斛。

委粟術にいう、下周を自乗し、高さを掛け、36で割る。垣根に寄りかからせた場合には、18で割る。垣根の内側の角に寄りかからせた場合には、9で割る。規程では、

粟 1 斛は体積2.7立方尺、米 1 斛は体積1.62立方尺、菽・荅・麻・麦 1 斛は皆2.43立方尺である。

[46] [劉注] 於徽術、當積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七。

訓読：徽の術に於いては、當に積三十三尺四百七十一分尺の四百五十七たるべし⁽¹³³⁾。

注：(133) 徽率を用いる場合、体積の補正值は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{\frac{1}{4}} &= \frac{1}{3\pi} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h = \frac{50}{471} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h \\ &= (\text{下周 } 8 \text{ 尺})^2 \times \text{高さ } 5 \text{ 尺} \div \frac{471}{50} = 33\frac{457}{471} \text{ 立方尺} \end{aligned}$$

訳：私めの術では、まさに体積 $33\frac{457}{471}$ 立方尺とすべきである。

[47] [注] 臣淳風等謹 [按]、依密率、(當) [爲]_[-]積三十三尺三十三分尺之三十一。

校訂：[-] 前後の体例に倣えば、「當」は「爲」に作るべきである。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、積を為すこと三十三尺三十三分尺の三十一⁽¹³⁴⁾。

注：(134) 密率を用いる場合、体積の補正值は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{\frac{1}{4}} &= \frac{1}{3\pi} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h = \frac{7}{66} \ell_{\frac{1}{4}}^2 h \\ &= (\text{下周 } 8 \text{ 尺})^2 \times \text{高さ } 5 \text{ 尺} \div \frac{66}{7} = 33\frac{31}{33} \text{ 立方尺} \end{aligned}$$

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、体積は $33\frac{31}{33}$ 立方尺になる。

[48] [劉注] 於徽術當米二十斛三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十。

訓読：徽の術に於いては、當に米二十斛三萬八千一百五十一分斛の三萬六千九百八十たるべし⁽¹³⁵⁾。

注：(135) 徽率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{米の重量} = 33\frac{457}{471} \text{ 立方尺} \div 1.62 \text{ 立方尺/斛} = 20\frac{36980}{38151} \text{ 斛}$$

訳：私めの術では、まさに米の重量 $20\frac{36980}{38151}$ 斛とすべきである。

[49] [注] 臣淳風等謹 [按]、依密率爲米二十斛二千六百七十三分斛之二千五百四十。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、米を為すこと二十斛二千六百七十三分斛の二千五百四十⁽¹³⁶⁾。

注：(136) 密率による体積の補正值によって重量を求めると、次のようになる。

$$\text{米の重量} = 33\frac{31}{33} \text{ 立方尺} \div 1.62 \text{ 立方尺/斛} = 20\frac{2540}{2673} \text{ 斛}$$

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、米の重量は $20\frac{2540}{2673}$ 斛になる。

[50] [劉注] 此猶圓錐也。於徽術、亦當下周自乘、以高乘之、又以二十五乘之、九百四十二而一也。

訓読：此れ猶お円錐のごとき也。徽の術に於いては、亦当に下周は自乗し、高を以て之に乘じ、又二十五を以て之に乘じ、九百四十二にして一とすべき也。

訳：これは円錐と同様である。私めの術ではまた下周を自乗し、高さをこれに掛け、また25をこれに掛け、942で割るべきである。

[51] [劉注] 居圓錐之半也。

訓読：円錐の半に居る也。

訳：円錐の半分を占める。

[52] [劉注] 於徽術、當令此下周自乘、以高乘之、又以二十五乘之、四百七十一而一。依垣之周、半於全周。其自乗之冪、居全周自乗之冪四分之一。故半全周之法以爲法也。

訓読：徽の術に於いては、当に此の下周をして自乗せしめ、高を以て之に乘じ、又二十五を以て之に乘じ、四百七十一にして一とすべし⁽¹³⁷⁾。垣に依るの周は、全周に半にす。其の自乗の冪は、全周の自乗の冪の四分の一に居る。故に全周の法を半し以て法と爲す也⁽¹³⁸⁾。

注：(137) 徽率を用いて円錐の体積 V_1 を求める算式は、注(120)参照。

(138) 徽率を用いて半錐の体積 $V_{\frac{1}{2}}$ を求める算式は、注(126)を参照。

垣根に寄りかからせた場合、半錐の底面は半円となる。その下周の「自乗の冪」とは、半円の円弧 $l_{\frac{1}{2}}$ を1辺とする正方形の面積に相当する。 $l_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{1}{4} l_1^2$ であるから、全周 l_1 の自乗の4分の1になる。半錐の体積 $V_{\frac{1}{2}}$ は、円錐の体積 V_1 の半分であり、円錐の底面積 S_1 は、全周の冪 l_1^2 を 4π で割ることによって求まる。その計算過程で、全周の冪の代わりに半円の周の冪を用いると、4倍した後に半分にするようになるから、2倍する必要がある。したがって、半錐の体積は、円錐の体積公式の「法」($12\pi \div \frac{942}{25}$)を2で割ったもの($6\pi \div \frac{471}{25}$)でいい。式に表せば、次のようになる。

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} V_1, \quad V_1 = \frac{1}{3} S_1 h \text{ において, } S_1 = \frac{1}{4\pi} l_1^2, \quad l_1^2 = 4 l_{\frac{1}{2}}^2 \text{ より}$$

$$V_1 = \frac{1}{3} S_1 h = \frac{1}{12\pi} l_1^2 h,$$

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{12\pi} (4 \ell_{\frac{1}{2}}^2) h \right\} = \frac{1}{6\pi} \ell_{\frac{1}{2}}^2 h$$

劉徽注は、そのような数理的説明を意図したに違いないが、やや言葉足らずになっている。

訳：私めの術では、この下周を自乗し、高さをこれに掛け、また25をこれに掛け、471で割るべきである。垣根に寄りかからせた場合の周は、全周を半分にする。その自乗の冪は、全周の自乗の冪の4分の1を占める。そこで、全周の場合の「法」を半分にして「法」とするのである。

[53] [劉注] 角、隅也。居圓錐四分之一也。

訓読：角は、隅也。円錐の四分の一に居る也。

訳：角は、隅のことである。円錐の4分の1を占める。

[54] [劉注] 於徽術、當令此下周自乘而倍之、以高乘之、又以二十五乘之、四百七十一而一。依隅之周、半於依垣。其自乘之冪居依垣自乘之冪四分之一、當半依垣之法以爲法。法不可半、故倍其實。

又此術亦用周三徑一之率。假令以三除周、得徑。若不盡、通分内子、即爲徑之積分。令自乘、以高乘之、爲三方錐之積分。母自相乘、得九爲法。又當三而一、約方錐之積。從方錐中求圓錐之積、亦猶方冪求圓冪。乃當三乘之、四而一、(方錐)得圓(冪)[錐]之積_[一]。前求方[錐之]積_[二]、乃合三而一。今求圓錐之積、復合三乘之。二母既同、故相準折。惟以四乘分母九、得三十六而連除、圓錐之積。其圓錐之積、與平地聚粟同、故三十六而一。

校訂：[一] 南宋本は「方錐得圓冪之積」に作るが、郭書春の校勘に従う。

[二] 南宋本は「前求方積」に作るが、直後の「今求圓錐之積」と対比させて、「前求方錐之積」に改める。

訓読：徽の術に於いては、当に此の下周をして自乗して之を倍せしめ、高を以て之に乘じ、又二十五を以て之に乘じ、四百七十一にして一とすべし⁽¹³⁹⁾。隅に依るの周は、垣に依るに半にす。其の自乗の冪は垣に依るの自乗の冪の四分の一に居る。当に垣に依るの法を半にし以て法と為すべし。法半にすべからず、故に其の実を倍にす。

又此の術亦周三徑一の率を用う。假令に三を以て周を除せば、徑を得。若し尽きざれば、分を通じて子を内るれば、即ち徑の積分と為る。自乗せしめ、高を以て之に乘じ、三方錐の積分と為る。母自ら相乗じ、九を得て法と為す。又当に三にして一とし、方錐の積を約すべし。方錐より中に円錐の積を求むるは、亦猶お方冪より円冪を求む

るがごとし。乃ち当に三もて之に乘じ、四にして一とし、円錐の積を得べし。前に求めし方錐の積は、乃ち合に三にして一とすべし。今求むるの円錐の積も、復た合に三もて之に乗ずべし。二母既に同じ、故に相準折す⁽¹⁴⁰⁾。惟れ四を以て分母九に乘じ、三十六を得て連除すれば、円錐の積なり。其の円錐の積は、地を平らかにして粟を聚むると同じ、故に三十六にして一とす。

注：(139) 徽率を用いた「4分の1錐」の体積公式は、注(133)を参照。ここでは、注(138)で説明した半錐の場合と同様にして次のように考える。すなわち、「4分の1錐」の「下周の自乗の冪」は半錐の「下周の自乗の冪」の4分の1になり、「4分の1錐」の体積は半錐の体積の半分になる。したがって、「4分の1錐」の「法」は半錐の法 $\frac{471}{25}$ の半分でいい。ただし、471は2で割れないので、25を2倍して、 $\frac{471}{50}$ とする。(140)「二母既同、故相準折」と全く同じ文が35)の注(44)にある。

訳：私めの術では、この下周を自乗してこれを2倍し、高さをこれに掛け、また25をこれに掛け、471で割るべきである。隅に寄りかからせた下周は、垣根に寄りかからせた下周の半分である。その自乗の冪は垣に寄りかからせた場合の自乗の冪の4分の1を占める。垣根に寄りかからせた場合の法を半分にして法とすべきである。法の471が半分にできないので、実を2倍する。

この術もまた「周三径一」の率を用いている。仮に3で周を割れば、直径を得る。もし割り切れない場合には、整数部分を通分して分子に加えると、すなわち直径の「積分(「法」で割る前の「実」のこと)」となる。それを自乗し、高さを掛けると、(外接する)方錐3個分の「積分」となる。分母を自乗し、9を得て、法とする。またそれ(3方錐の「積分」)を3で割って、1個の方錐の「積分」を求めるべきである。方錐から内接する円錐の体積を求めるには、また方冪(円に外接する正方形の面積)から円冪(内接円の面積)を求めるのと同じである。すなわち、(方錐の「積分」を)3倍して4で割り、円錐の「積分」を得るべきである。前に求めた方錐の「積分」は、そこで3で割るべきである。今求めた円錐の「積分」も、また3を掛けるべきである。(分子と分母の)2つの母数がすでに同じであるから、そこで約分して消去する。ただ4を分母9に掛け、36を得て連除すると、円錐の「積分」である。その円錐の「積分」は、平地に粟を積み集める場合と同じである。だから36で割る。

[55][注]臣淳風等謹〔按〕_[-]、依密率、以七乘之。其平地者二百六十四而一、依垣者一百三十二而一、依隅者六十六而一也。

校訂：[-] 体例に従い「按」字を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、七を以て之に乗ず。其の地を平らかにする者は二百六十四にして一とし、垣に依る者は一百三十二にして一とし、隅に依る者は六十六にして一とする也⁽¹⁴¹⁾。

注：(141) 密率を用いた体積公式は、注(121)(123)(127)を参照。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、7をこれに掛けて(実とする)。地が平らになっている場合には264で割り、垣根に寄りかからせる場合には132で割り、隅に寄りかからせる場合には66で割る。

[56] [劉注] 「二尺七寸」者、謂方一尺、深二尺七寸、凡積二千七百寸。

訓読：「二尺七寸」とは、方一尺、深二尺七寸、凡そ積二千七百寸なるを謂う。

訳：「二尺七寸」とは、(底面の正方形の1辺が)1尺、深さ2尺7寸であり、体積が2700立方寸であることをいう。

[57] [劉注] 謂積一千六百二十寸。

訓読：積一千六百二十寸を謂う。

訳：体積1620立方寸であることをいう。

[58] [劉注] 謂積二千四百三十寸。此爲以精・麤爲率、而不等其槩也。粟率五、米率三、故米一斛於粟一斛、五分之三。菽・荅・麻・麥亦如本率云。故謂此三量器爲槩、而皆不合於今斛。當今大司農斛、圓徑一尺三寸五分五釐、正深一尺。於徽術、爲積一千四百四十一寸、排成餘分、又有十分寸之三。王莽銅斛、於今尺爲深九寸五分五釐、徑一尺三寸六分八釐(二)〔七〕毫。以徽術計之、於今斛爲容九斗七升四合有奇。

周官考工記「桌氏爲量、深一尺、内方一尺、而圓外、其實一鬴」。於徽術、此圓積一千五百七十(六)寸。左氏傳曰「齊舊四量、豆・區・釜・鍾。四升曰豆、各(登)〔自〕其四、以登於釜、釜十(爲)〔則〕鍾」。鍾六斛四斗、釜六斗四升、方一尺、深一尺、其積一千寸。若此方積容六斗四升、則通外圓積成旁、容十斗四合一龠五分〔龠〕之三也。以數相乘之、則斛之制、方一尺而圓其外、旁一釐七毫、冪一百五十六寸四分寸之一、深一尺、積一千五百六十二寸半、容十斗。王莽銅斛與漢書律曆志所論斛同。

訓読：積二千四百三十寸を謂う。此れ為^{おも}えらく、精・粗を以て率と為し、其の槩⁽¹⁴²⁾を等しくせざる也。粟の率は五、米の率は三、故に米一斛は粟一斛に於けるや、五分の三なり。菽・荅・麻・麥も亦本率の如きと云う。故に謂えらく此の三つの量器の槩を為すも、而るに皆今の斛に合せず。当今の大司農斛、円径一尺三寸五分五釐、正深は一

尺なり。徽の術に於いて、積を為すこと一千四百四十一寸、余分を排成すること、又十分寸の三有り。王莽の銅斛は、今尺に於いて深九寸五分五釐、径一尺三寸六分八釐七毫と為す。徽の術を以て之を計れば、今斛に於いて容を為すこと九斗七升四合有奇⁽¹⁴³⁾。

周官考工記に「臬氏量を為るや、深一尺、内方一尺にして外を円にし、其の実一甌たり」⁽¹⁴⁴⁾。徽の術において、此の円、積一千五百七十寸。左氏伝に曰う、「斉の旧四量、豆・区・釜・鍾。四升を豆と曰い、各自其れ四し、以て釜に登る。釜十にして則ち鍾なり」。鍾は六斛四斗、釜は六斗四升、方一尺、深一尺、其の積一千寸なり。若し此れ方に積六斗四升を容るれば、則ち通外の円積旁を成し、十斗四合一甌五分甌の三を容るる也。数を以て相之に乗ずれば、則ち斛の制、方一尺にして其の外を円にし、庇旁一釐七毫、冪一百五十六寸四分寸の一、深一尺、積一千五百六十二寸半、容十斗なり。王莽銅斛は漢書律曆志の論ずる所の斛と同じ⁽¹⁴⁵⁾。

注：(142)「槩」は、穀物の容積を計量すること、またはその計量器のこと。

(143)「當今大司農斛」とは、劉徽の時代(魏)に用いた計量器である。後漢には王莽が改定した度量衡制を用いたが、王莽銅斛はその標準化のために『周礼』に依拠して鑄造したものである。劉徽は、魏尺を用いて王莽銅斛を計ると、深さが0.955尺、直径が1.3687尺になるとし、王莽銅斛と魏の大司農斛の寸法からそれぞれの容積を算出し、両者の1斛の比率を導き出す。ただし、円周率は徽率 $\frac{157}{50}$ を用いる。

$$\begin{aligned} \text{當今大司農斛} & (13.55)^2 \times 10 \times 157 \div 200 = 1441 \frac{2237}{8000} = 1441.279625 \div 1441.3 \text{立方寸} \\ \text{王莽銅斛} & (13.687)^2 \times 9.55 \times 157 \div 200 = 1404 \frac{1583728403}{4000000000} \\ & = 1404.39593210075 \text{立方寸} \end{aligned}$$

算出した容積から両者の比が導ける。有効桁数の取り方によって少し変わってくるが、王莽銅斛は今斛の約0.9744倍である。王莽銅斛が今斛だと「9斗7升4合有奇」とするのは、その概数を示したものである。

なお、『晋書』律曆志上、『隋書』律曆志上の嘉量、審度には、ここの劉徽注が引用されている。嘉量の記述は現行本に近いが、審度のほうは書き換えられている。ただし、いずれも魏陳留王景元4年(A.D.264)に劉徽が『九章算術』を注釈したことを明記し、劉徽注に言う「今斛」「今尺」が魏に施行された度量衡制と見なしている。

劉徽注では、王莽銅斛の深さ1尺が「今尺」では0.955尺と述べる。王莽時の1尺を基準にすると、「今尺」は約 $\frac{1}{0.955}$ 倍(≈ 1.0471)、つまり1尺4分7釐1毫になる。その尺度は、律曆志の編者が審度においてコメントするように、魏の杜夔が調律に

用いた「魏尺」と合致する。

- (144)『周禮』考工記、臬氏に「臬氏爲量、改煎金錫則不耗、不耗然後權之、權之然後準之、準之然後量之。量之以爲鬴、深尺、内方尺而圓其外、其實一鬴。其臀一寸、其實一豆、其耳三寸、其實一升。重一鈞。其聲中黃鍾之宮。槩而不稅。其銘曰、云々」、鄭玄注に「以其容爲之名也。四升曰豆、四豆曰區、四區曰鬴、鬴六斗四升也。鬴十則鍾」とある。

鄭玄注では、量器の容量である「1鬴」について、『春秋左氏伝』昭公3年の文、すなわち晏子が語る「斉旧四量(斉国で用いた旧来の柶の四量)」に依拠して、豆、区、鬴(『左伝』は釜)、鐘を、升から4倍ずつしていく量の単位とし、1鬴は1升の43倍、すなわち6斗4升であるとする。その容積は、1鬴(6斗4升)の容量が何立方寸に相当するのか、量単位の寸法換算率を定めないと決まらない。それについて、この劉徽注は、『周禮』鄭玄注と異なる解釈を主張する。

鄭玄の場合は、次のように述べる。

方尺、積千寸。於今粟米法、少二升八十一分升之二十二。其數必容鬴、此言大方耳。圓其外、爲之臀。

すなわち、『周禮』の経文に「深尺、内方尺」とあるのを、深さ1尺、方1尺の立方体と見なせば、「積千寸」すなわち体積は1000立方寸になる。ところが、鄭玄は、それを1鬴とはしない。1斛1620立方寸とする米斛法を基準にして、1鬴(6斗4升)の体積が1000立方寸よりも多くなることを算定し、方1尺とある記述はその概数であると考えている。すなわち、1斛(100升)を1620立方寸とすると、1000立方寸は $61\frac{59}{81}$ 升となり、1鬴(6斗4升)より $2\frac{22}{81}$ 升少ない。1鬴は、1036.8立方寸(=1620立方寸 \times 0.64)になり、深さ1尺とすると、正方形の1辺は1尺1分8釐2毫有奇($\sqrt{1.0368}=1.01823\cdots$)となり、「方1尺」よりも少し大きくなる。

一方、劉徽は、鄭玄とは逆に1鬴が1000立方寸であることを基準として、容積が1斛となる円柱形の量器の寸法を算定する。すなわち、方1尺、深さ1尺の立方体に外接する円柱を考える。その容積は、円径が $\sqrt{2}$ 尺であるから、徽率を用いて計算すれば、

$$(10\sqrt{2})^2 \times 10 \times 157 \div 200 = 1570 \text{立方寸}$$

となる。それを量器とすると容積は10斗4合 $1\frac{3}{5}$ 龠(1570 \times 64 \div 1000=100.48升、100升=10斗=1斛、0.48升=4合 $1\frac{3}{5}$ 龠、ただし1合=5龠)であり、1斛よりも少しばかり大きい。ちょうど1斛となる体積は、1562.5立方寸(1000 \times 100 \div 64=1562.5)である。円柱の体積V、深さhとすると、直径dは、

$$d^2 = \frac{4V}{\pi h}$$

であり、 $V = 1562.5$ 立方寸、 $h = 1$ 尺 $= 10$ 寸であるから、 $\pi = \frac{157}{50}$ とすると、

$$d^2 = \frac{31250}{157} \text{平方寸} = 199\frac{7}{157} \text{平方寸} = 199.044585\frac{155}{157} \text{平方寸}$$

となる。桁数をどこまで取って開方するかによって、多少の誤差を生じる。なお、この場合には、立方体に外接する円よりも小さいから、庀旁は減旁であり、立方体の各頂点よりも内側に少し入った円になる(図16参照)。劉徽は計算結果を王莽銅斛の銘文と同じ書式で「方一尺而圓其外、庀旁一釐七毫、冪一百五十六寸、四分寸之一、深一尺、積一千五百六十二寸半、容十斗」と記す。対角線(外接円の直径) $10\sqrt{2}$ 寸 $= 14.142$ 寸(1尺4寸1分4釐2毫)の近似値を用いたとすると、直径 $d = 14.142 - 0.017 \times 2 = 14.108$ 寸(1尺4寸1分8毫)と算定したことになる。

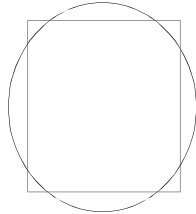


図16

(145)『漢書』律曆志上に「量者、龠・合・升・斗・斛也、所以量多少也。・・・合龠爲合、十合爲升、十升爲斗、十斗爲斛、而五量嘉矣。其法用銅、方尺而圓其外、旁有庀焉。其上爲斛、其下爲斗。左耳爲升、右耳爲合・龠。其狀似爵、以糜爵祿」とあり、顔師古注に「鄭氏曰、庀音條桑之條。庀、過也。算方一尺、所受一斛、過九釐五豪、然後成斛。今尚方有王莽時銅斛、制盡與此同」とある。19)の注(105)参照。

訳: 容積が2430立方寸であることを謂う。これらの穀物1斛の体積は、思うに、密度の違いによって比率とするものであり、それぞれの槩(計量枘)は同じではないのである。粟は率5、米は率3である。だから、米1斛は(精米しない状態の)粟1斛に対して $\frac{3}{5}$ である。菽・荅・麻・麦もまた定められた比率に従うだけである。そこで考えるに、それら3種の計量器で1斛を計っても、いずれも今日の1斛とは合致しない。現今の大司農斛は、円径1尺3寸5分5釐、内のりの深さは1尺である。私めの術では、容積が1441立方寸で、さらに小数点以下の余分が約10分の3寸連なっている。王莽の銅斛は、今の尺度では深さ9寸5分5釐、直径1尺3寸6分8釐7毫である。私めの術によって計算すると、今の斛において容積9斗7升4合余りになる。

『周官(周礼)』考工記に「棗氏が製造する計量器は、深さ1尺、方1尺の立方体の外側に接する円柱形であり、容積は1甌である」とある。私めの術では、此の円柱の

容積は1570立方寸である。『春秋左氏伝』にいう、「斉の旧来の4量は、豆・区・釜・鍾である。4升を豆と曰い、それぞれ4倍ごとに大きくなり、釜に到る。10釜で1鍾である」。1鍾は6斛4斗であり、1釜は6斗4升で、方1尺、深1尺、その容積が1000立方寸である。もしこの立方体の量器に6斗4升の分量が入るならば、則ち直方体の外接する円柱で円周が4隅から少し内に入っている量器には、10斗4合 $1\frac{3}{5}$ 斛の分量が入る。数をそれぞれ掛け合わせると、斛の制は、方1尺の正方形でその外側に円をめぐらし、庑旁は1釐7毫、断面積 $156\frac{1}{4}$ 平方寸、深さ1尺、体積1562.5立方寸で、容量10斗となる。王莽銅斛は、『漢書』律曆志が記載する斛と同じである。

[二六]今有穿地、袤一丈六尺、深一丈、上廣六尺、爲垣積五百七十六尺。問、穿地下廣幾何。答曰、三尺五分尺之三。

術曰、置垣積尺、四之爲實^[59]。以深・袤相乘^[60]、又以三之爲法^[61]。所得倍之^[62]、減上廣、餘卽下廣^[63]。

訓読：今、地を穿つ有り、袤一丈六尺、深一丈、上広六尺、垣を爲すこと積五百七十六尺。問う、穿地の下広は幾何ぞ。答えに曰う、三尺五分尺の三。

術に曰く、垣の積尺を置き、之を四して実と爲す。深・袤を以て相乗じ、又以て之を三して法と爲す。得る所、之を倍し、上広を減ずれば、余は即ち下広なり⁽¹⁴⁶⁾。

注：(146) 地面を掘って得た土を突き固めて垣(土塀)を築く場合において、垣の体積から掘った坑(穿地)の1辺を求める還元算。商功章の[一]の穿地の容積から堅土(突き固めた土)の体積を換算する問題と[二]~[七]の各種の台形柱の求積問題を複合させた応用問題。穿地の形状は台形柱である。

解法公式を説明すると、その容積から下広を求める式は、容積=(下広+上広)÷2×深さ×袤より、下広={穿地容積÷(深さ×袤)}×2-上広

垣と穿地の体積比は3:4だから、垣の体積の $\frac{4}{3}$ 倍が穿地の容積になるので、上式に代入すると、

$$\begin{aligned} \text{下広} &= \{\text{垣の容積} \times \frac{4}{3} \div (\text{深さ} \times \text{袤})\} \times 2 - \text{上広} \\ &= \{(\text{垣の体積} \times 4) \div (\text{深さ} \times \text{袤} \times 3)\} \times 2 - \text{上広} \\ &= \{(576 \text{立方尺} \times 4) \div (10 \text{尺} \times 16 \text{尺} \times 3)\} \times 2 - 6 \text{尺} \\ &= 4\frac{4}{5} \text{尺} \times 2 - 6 \text{尺} = 3\frac{3}{5} \text{尺} \end{aligned}$$

訳：今、地を掘り、(坑の大きさが) 表1丈6尺、深1丈、上広6尺となった。(掘った土で) 土堀を築くと体積が576立方尺になった。問う、穿地の下広は如何ほどであるか。答えに曰う、 $3\frac{3}{5}$ 尺。

術にいう、土堀の積尺を置き、それを4倍して実とする。深さと表を掛け合わせ、さらにそれを3倍して之を法とする。(実を法で割って) 得た値を2倍し、上広を引いて、残った余りがすなわち下広である。

[59] [劉注] (實)_[-]穿地四爲堅三。垣、堅也。以堅求穿地、當四之、三而一也。

校訂：[-]「實」は衍字である。

訓読：穿地四は堅三と爲す。垣は、堅也。堅を以て穿地を求むるは、当之之を四し、三にして一とすべき也。

訳：(体積比率において) 穿地4は堅土3とする。垣(の土質)は、堅土である。堅土(の体積)から穿地(掘った穴の容積)を求める場合には、それを4倍し、3で割るべきである。

[60] [劉注] 爲深・表之立實也。

訓読：深・表の立実⁽¹⁴⁷⁾を爲す也。

注：(147)「立実」は、後の李淳風注では「立冪」に作る。「立冪」とは、ある立体において、深さと表の2辺によってできる平面の面積(=冪)、ここでは台形柱の側面積を指す。本章注(12)及び(20)で議論したように、劉徽注では「立実」という用語を用いているが、「立実」は立体の体積を指すので、前出の箇所では「立冪」に改めた。ここでもその誤りの可能性がある。ただし、劉徽は、深さと表の2辺からなる平面と単位長の厚みを持った「立体」を想定し、その体積量として「立実」と言ったのかもしれない。

訳：深さと表によってできる立体の断面積である。

[61] [劉注] 以深・表乘之立實、除垣積、則阡廣。「又三之」者、與堅率并除之。

訓読：深・表乗ずるの立実を以て、垣の積を除すれば、則ち阡の広なり。「又之を三す」とは、堅率とともに之を并除す。

訳：深さと表を掛け合わせた断面積で、垣の体積を割れば、すなわち掘った坑の広(厳密に言うと体積換算する前の「広」、すなわち $\frac{4}{3}$ 倍の広)である。「又それを三倍する」とあるのは、堅率3と一緒に并除する。

[62] [劉注] 阮有兩廣、先并而半之、即爲廣狹之中平。令先得其中平、故又倍之知、兩廣全也。

訓読：阮に兩廣有り、先に并せて之を半にすれば、即ち広狭の中平と爲る。先に其の中平⁽¹⁴⁸⁾を得しめ、故に又之を倍すれば、兩廣の全なり。

注：(148)「中平」とは、長短の2辺を平均した長さを言う。『九章算術』方田章、圭田の劉徽注には「中平の数」という用語が見られる。17)の注(72)を参照。

訳：掘った坑には(上下で長さの異なる)2つの広がある。先にそれを加えて半分にすれば、すなわち長さが異なる2辺の平均の長さになる。先にその平均の長さを得るので、またそれを2倍すれば、2広の総和になる。

[63] [注] [臣淳風等謹] [一] 按、此術穿地四、爲堅三、垣即堅也。今以堅求穿地、當四乘之、三而一。「深・袤相乘」者、爲深・袤立冪。以深・袤立冪除積、即阮廣。「又三之爲法」、與堅率并除。「所得倍之」者、爲阮有兩廣。先并而半之、爲中平之廣。今此得中平之廣、故倍之、還爲兩廣并。故減上廣、餘即下廣也。

校訂：[一] この注は、前の3つの劉徽注を合わせた説明を繰り返しているので、李淳風注とすべきである。「按此術」字の上に「臣淳風等謹」の5字を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の術、穿地四は、堅三と爲す。垣は、即ち堅也。今、堅を以て穿地を求むるは、当に四もて之に乗じ、三にして一とすべし。「深・袤相乗ず」とは、深・袤の立冪と爲す。深・袤の立冪を以て積を除せば、即ち阮の広なり。「又之を三して法と爲す」とは、堅率とともに并除す。「得る所之を倍す」とは、阮に兩廣有るが爲なり。先に并せて之を半すれば、中平の広と爲る。今此れ中平の広を得、故に之を倍すれば、還た兩廣の并と爲る。故に上広を減ずれば、余は即ち下広也。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、此の術では、穿地4は、堅土3(の体積比率)とする。垣(の土質)は、すなわち堅土である。今、堅土(の体積)から穿地(の容積)を求める場合には、それを4倍し、3で割るべきである。「深さと袤を相乗ず」とあるのは、深さと袤による平面の断面積である。深さと袤による断面積で体積を割れば、すなわち(掘った)坑の広である。「又之を3倍して法とする」とあるのは、堅率3と一緒に并除することである。「得る所之を倍す」とあるのは、掘った坑に(上下で長さの異なる)2つの広があるためである。先にそれを加えて半分にすれば、すなわち2辺の平均の長さになる。今、先にその平均の長さを得るので、そこでそれを2倍すれば、また2広の総和になる。だから、上広を引けば、残った余りはすなわち下広である。

[二七] 今有倉、廣三丈、袤四丈五尺、容粟一萬斛。問、高幾何。答曰、二丈。

術曰、置粟一萬斛積尺爲實。廣・袤相乗爲法。實如法而一、得高尺^{[64][65]}。

訓読：今、倉有り、広三丈、袤四丈五尺、粟を容ること一万斛。問う、高は幾何ぞ。答えに曰う、二丈。

術に曰う、粟一万斛の積尺を置いて実と爲す。広・袤相乗じて法と爲す。実、法の如くして一とすれば、高の尺を得⁽¹⁴⁹⁾。

注：(149) 粟1斛の体積は2.7立方尺なので、10000斛は27000立方尺。したがって、
高さ = 容量27000立方尺 ÷ (広30尺 × 袤45尺) = 20尺

訳：今、倉がある。広3丈、袤4丈5尺。そのなかに粟10000斛が入る。問う、高さは如何ほどになるか。答えにいう、2丈。

術にいう、粟10000斛の体積(27000立方尺)を置いて実とする。広と袤を掛け合わせて法とする。実を法で割ると、尺を単位とする高さが得られる。

[64] [劉注] 以廣・袤之冪除積、故得高。

訓読：広・袤の冪を以て積を除す、故に高を得。

訳：広と袤による断面積で容積を割る。そこで、高さが得られる。

[65] [注] [臣淳風等謹]_[一] 按、此術本以廣・袤相乗、以高乗之、得此積。今還元、置此、廣・袤相乗爲法。除之、故得高也。

校訂：[一] この注も直前の劉徽注と重複した説明になっているので、李淳風注とすべきである。「按此術」字の上に「臣淳風等謹」の5字を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此術、本と広・袤を以て相乗じ、高を以て之に乗じて、此の積を得。今元に還すに、此を置き、広・袤は相乗じて法と爲す。之を除す、故に高を得る也。

訳：臣淳風等謹んで按ずるに、この術において、もともと広・袤を掛け合わせ、高さをそれに掛けて、この倉の体積が得られた。いま体積から元に戻って辺の長さを求めようとするので、この体積を置き、広・袤を掛け合わせて法とする。(体積をその法で割ると、高さが得られる。

[二八] 今有圓囷^[66]、高一丈三尺三寸少半寸、容米二千斛。問周幾何。荅曰、五

丈四尺^{[67][68]}。

術曰、置米積尺^[69]、以十二乗之、令高而一。所得開方除之、即周^{[70][71][72][73]}。

訓読：今、円囷有り⁽¹⁵⁰⁾、高一丈三尺三寸少半寸、米を容ること二千斛。問う、周は幾何ぞ。答えに曰う、五丈四尺。

術に曰く、米の積尺を置き、十二を以て之に乘じ、高をして一とせしむ。得る所、開方して之を除せば、即ち周なり⁽¹⁵¹⁾。

注：(150)「圓囷」とは、円柱形の倉である。注(152)参照。なお、『算数書』【13】に「囷蓋」(倉の屋根の部分、形状は円錐)の体積を求める算題がある。

(151)米1斛の体積は1.62立方尺なので、2000斛の体積は3240立方尺である。したがって、体積から円周の長さLを求める計算式は、次の通りである。

$$L = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}} = \sqrt{\frac{12V}{h}} = \sqrt{\frac{12 \times 3240 \text{立方尺}}{13.3\frac{1}{3} \text{尺}}} = 54 \text{尺}$$

訳：今、円囷(円柱形の倉)がある、高さは13尺3 $\frac{1}{3}$ 寸、そのなかに米2000斛が入る。問う、円周の長さは如何ほどであるか。答えにいう、5丈4尺。

術にいう、米の積尺(3240立方尺)を置き、12をそれに掛け、高さで割って、得た値を開平方して平方根を求めると、すなわち円周の長さである。

[66] [劉注] 圓囷、廩也。亦云、圓囷也。

訓読：円囷は、廩也。亦円囷と云う也⁽¹⁵²⁾。

注：(152)「廩」は穀物を蓄える倉であり、その形状が丸く円柱形であるものを「囷」と言う。『説文』には「囷は廩の丸いものである。禾が口(囲い)中にある形に従う」(囷、廩之圓者、从禾在口中)とあり、『周礼』考工記、匠人「囷窳倉城」條の賈公彦疏に「地上に建てた倉で、方形のものを「倉」、円形のものを「囷」と言い、穴を掘ったものを「窳」と言う」(地上爲之、方曰倉、圓曰囷、穿地曰窳)とある。

「囷」は、『玉篇』には「小さな廩」とあり、『釈名』釈宮室には「囷は屯(集めて蓄えること)である。物を屯聚する」(囷、屯也。屯聚之)と字解する。

訳：円囷は、廩(穀物を蓄える倉)である。また円囷と称する。

[67] [劉注] 於徽術、當周五丈五尺二寸二十分寸之九。

訓読：徽の術に於いては、当に周五丈五尺二寸二十分寸の九たるべし⁽¹⁵³⁾。

注：(153) $\pi = \frac{157}{50}$ (徽率) の場合

$$L = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}} = \sqrt{\frac{314V}{25h}} = \sqrt{\frac{314 \times 3240 \text{立方尺}}{25 \times 13.3 \frac{1}{3} \text{尺}}} = \sqrt{3052.08 \text{尺}} \doteq 55.2 \frac{9}{20} \text{尺}$$

訳：私めの術では、周5丈5尺2 $\frac{9}{20}$ 寸とすべきである。

[68]臣淳風等謹按、〔依〕_[-]密率爲周五丈五尺一百分尺之二十七。

校訂：〔-〕前の体例に従えば、「依」字を補うべきである。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、周五丈五尺一百分尺の二十七と爲す⁽¹⁵⁴⁾。

注：(154) $\pi = \frac{22}{7}$ (李注の密率) の場合

$$L = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}} = \sqrt{\frac{88V}{7h}} = \sqrt{\frac{88 \times 3240 \text{立方尺}}{7 \times 13.3 \frac{1}{3} \text{尺}}} = \sqrt{3054.85 \frac{5}{700} \text{尺}} \doteq 55 \frac{27}{100} \text{尺}$$

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、周5丈5 $\frac{27}{100}$ 尺である。

[69]〔劉注〕此積猶円塚壙之積。

訓読：此の積猶お円塚壙の積のごとし。

訳：この容積は、円塚壙の体積と同じである。

[70]〔劉注〕於徽術、當置米積尺、以三百一十四乘之爲實、二十五乘困高爲法。所得、開方除之、卽周也。

訓読：徽の術に於いては、当に米の積尺を置き、三百一十四を以て之に乗じて実と爲し、二十五もて困の高に乗じて法と爲すべし。得る所、開方して之を除せば、即ち周なり。

訳：私めの術では、米の積尺を置き、314をそれに掛けて実とし25を困の高さに掛けて法とするべきである。(実を法で割り)得た値を開平方して平方根を求めるとすなわち周である。

[71]〔注〕_[-]此亦據見冪以求周、失之於微少也。晉武庫中有漢時王莽所作銅斛。其篆書字題斛旁云、律嘉量斛、方一尺而圓其外、庀旁九釐五毫、冪一百六十二寸、深一尺、積一千六百二十寸、容十斗。及斛底云、律嘉量斗、方尺而圓其外。庀旁九釐五毫、冪一尺六寸二分、深一寸、積一百六十二寸、容一斗。合・龠皆有文字。升居斛旁、合・龠在斛耳上、

後有讚文。與今律曆志同。亦魏晉所常用。今粗_[二]疏王莽銅斛文字尺寸分數。然不盡得升合勺之文字。

校訂：[一] 以下の劉徽注は、李注が紛れ込んだと思われる。「此亦據見冪以求周、失之於微少也」とあるのは、方田章の円田術で議論するように、割円術によって導き出された徽率が円周率 π の真値よりも小さいために、算出した円周は実際よりもわずかに小さい値になることを指摘したものである。『隋書』律曆志上によれば、そのことを論証し、円周率の精密値を求めた人物は、祖沖之である。また、『隋書』律曆志上では、晋の武庫中にあった王莽銅斛の銘文に言及するが、祖沖之は王莽銅斛の銘文について、密率 $\frac{355}{113}$ を用いて円周の補正值を算出し、銘文の記載が正確でないことを指摘している。その直後に「魏陳留王景元四年、劉徽注九章商功曰」として、[二五]の劉徽注をそのまま引用する。魏の景元4年に書かれたものならば、劉徽注に晋代に伝存した王莽銅斛の言及があるはずがない。そこで、その矛盾を説明するために、これまでの研究では、劉徽の生存年代を晋代まで引き下げ、後になって加筆したとする苦しい弁解を行ってきた。ところが、[二五]の劉徽注[58]を振り返ると、王莽銅斛の寸法について魏尺による実測値を掲げ、徽率を用いて1斛の容積を算出し、魏の大司農斛との比較を行うものであった。一方、この注[71]は、単に王莽銅斛の銘文を紹介しただけである。近接する同類題において、魏と晋の時代の王莽銅斛に別々に言及し、さほど意味のない注解を繰り返したとするのは、きわめて不自然である。したがって、李淳風注が劉徽注に紛れ込んでいると見なすべきである。

[二] 李潢は、「晋武庫中」以下を李淳風注とする立場から、「粗」は「祖」（祖沖之の姓）の誤りとする。その可能性も否定できないが、「粗疏」のままでも意味が通じなくはないので、あえて改めないでおく。

訓読：此れ亦見冪に拠りて以て周を求め、之を微少に失する也⁽¹⁵⁵⁾。晋の武庫の中に漢時の王莽の作りし所の銅斛有り。其れ篆書字もて斛の旁に題して云う、「律の嘉量の斛、方一尺にして其の外を円にし、庀旁は九釐五毫なり。冪一百六十二寸、深一尺、積一千六百二十寸、十斗を容るるなり」と。及び斛の底に云う、「律の嘉量の斗、方尺にして其の外を円にし、庀旁は九釐五毫なり。冪一尺六寸二分、深一寸、積一百六十二寸、一斗を容るるなり」と。合・龠皆文字有り。升は斛の旁に居り、合・龠は斛耳の上^{あらま}に在り。後に讚文有り⁽¹⁵⁶⁾。今の律曆志と同じ。亦魏晋の常に用うる所なり。今、粗し王莽銅斛の文字、尺・寸・分の数を疏す。然れども尽くは升・合・勺の文字を得ず。

注：(155)『隋書』律曆志上、嘉量には、「其斛銘曰、律嘉量斛、方尺而圓其外、庀旁九釐五毫。冪百六十二寸、深尺、積一千六百二十寸、容十斗。祖沖之以圓率考之、此斛當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽、庀旁一分九毫有奇。劉歆庀旁少一釐四毫有奇、歆數術不精之所致也」とある。直径の計算式 $d = \sqrt{\frac{4V}{\pi h}}$ において、 $V = 1620$ 立方寸、 $h = 1$ 尺 $= 10$ 寸、 $\pi = \frac{355}{113}$ を代入すると、 $d = \sqrt{206\frac{94}{355}}$ 寸 ≈ 14.36192 寸、すなわち1尺4寸3分6釐1毫9秒2忽となり、庀旁は $(14.36192 - 10\sqrt{2}) \div 2 \approx 0.109895$ (1分9毫8秒9忽有奇)となる。つまり、祖沖之は、密率 $\frac{355}{113}$ を用いて円周の補正値を算出し、王莽銅斛の銘文の記載(劉歆の算定値)が正確でないことを明らかにしている。

ここの李淳風注は、祖沖之の数理的考察を踏まえて、劉徽の補正値にも微小な誤差があることを指摘したものである。

(156) 王莽銅斛の背部に記された讚文とは、いわゆる「嘉量銘」と呼ばれるものである。『漢書』律曆志には、その銘文の掲載はなく、王莽伝にその一部が見られるだけである。銘文を記載するのは、『隋書』律曆志上、衡權である(「後魏景明中、并州人王顯達、獻古銅權一枚、上銘八十一字。其銘云、「律權石、重四鈞」。又云、「黃帝初祖、德匝于虞。虞帝始祖、德匝于新。歲在大梁、龍集戊辰。戊辰直定、天命有人。據土德、受正號即真。改正建丑、長壽隆崇。同律度量衡、稽當前人。龍在己巳、歲次實沈、初班天下、萬國永遵。子子孫孫、享傳億年」此亦王莽所制也。))したがって、「今の律曆志」とあるのは、『漢書』律曆志ではなく、『隋書』律曆志を指すとすべきである。そのことも、劉徽注ではなく、李淳風注とすることの傍証である。

訳：これ(徽率による計算)はまた(円周を細分割して得られた内接多角形の)実際に現れた面積に依拠して円周の長さを算出したものであり、(余分の切り捨てがあるために)その算出値は真値よりやや小さくなる。晋の武庫の中に漢代に王莽が鑄造させた銅斛がある。それは、篆書体の文字で斛の旁に表記するという、「律の嘉量の斛は、1尺四方の正方形でその外側に円をめぐらし、庀旁(正方形の4つの頂点から円周までの余白の長さ)は9釐5毫である。断面積162平方寸、深さ1尺、容積1620立方寸、容量10斗である」。また斛の底にいう「律の嘉量の斗は、1尺四方の正方形でその外側に円をめぐらし、庀旁は9釐5毫である。断面積1.62平方尺、深さ1寸、容積162立方寸、容量1斗である」。合・龠にも皆文字がある。升(の量器)は斛の旁(片側の耳)に据え付けられ、合・龠(の量器)は斛の耳の上(もう一つの耳の上側に合、下側に龠)にあり、背部に讚文がある。(その讚文は)今の律曆志(『隋書』律曆志)の記載と同じ

である。また（この銅斛は）魏晉の時代にも常用したものである。今、王莽銅斛の文字と尺・寸・分の数値について、そのあらましを説明した。しかしながら、升・合・勺についての文字に関して、そのことごとくを得ることができない。

[72] [注] [臣淳風等謹] [一] 按、此術本周自相乗、以高乗之、十二而一、得此積。今還元、置此積、以十二乗之、令高而一、即復本周自乗之數。凡物自乗開方除之、復其本(周自乗之) [二] 數。故開方除之、即得也。

校訂：[一]注 [65]と体例が同じなので、李淳風注であると思われる。「按此術」字の上に「臣淳風等謹」の5字を補う。

[二]「復其本周自乗之數」について、李潢は「周自乗之」4字を衍字とし、「復其本數」とする。いまそれに従う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の術、本周自ら相乗じ、高を以て之に乘じ、十二にして一とすれば、此の積を得。今元に還せば、此の積を置き、十二を以て之に乘じ、高をして一とせしむれば、即ち本周自乗の數に復す。凡そ物自乗し、開方して之を除すれば、其の本數に復す。故に開方して之を除すれば、即ち得る也。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、此の術で、もとの円周を自乗し、高さをこれに掛け、12で割るとその容積が得られる。今、(容積から円周へと) 元に戻すと、その容積を置き、12でこれに掛け、高さで割ると、すなわち元の円周の自乗の數に戻る。およそ物を自乗し、開平方して平方根を求めると、元の數に戻る。そこで、開平方して平方根を求めると、(元の円周が) 得られるのである。

[73] [注] 臣淳風等謹 [按] [一]、依密率、以八十八乗之爲實。七乘困高爲法。實如法而一。開方除之、即周也。

校訂：[一] 今までの体例に従えば、[70]の劉注の後にあるべきである。「按」字を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、八十八を以て之に乘じて實と爲す。七もて困の高に乘じて法と爲す。實、法の如くして一とす。開方して之を除すれば、即ち周也。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、密率によると、88をこれに掛けて実とする。7を困の高さに掛けて法とする。実を法で割る。開平方して平方根を求めると、すなわち周である。

参考文献

- 1) 李繼閔 『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春 『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍 『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城 「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕 『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身 『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔 『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔 『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍 『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼 『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝 『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢 『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄 『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡 『算數書』研究会編 『漢簡『算數書』 - 中国最古の数学書 -』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子 『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子 『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 錢宝琮点校 『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫 『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰 『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)

- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号 (2010年 6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号 (2010年 6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号 (2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (10) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号 (2011年 2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (11) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号 (2011年 6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (12) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号 (2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿 (13) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号 (2012年 2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿 (14) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号 (2012年 6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (1) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号 (2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (2) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号 (2013年 2月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号 (2013年 6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号 (2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号 (2014年 2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号 (2014年 6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (15) 大阪産業大学論集 人文・社

『九章算術』訳注稿(16) (武田時昌、張替俊夫)

会科学編22号(2014年10月)

43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)