『九章算術』訳注†稿（23）

吉　村　昌　之

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子

田村　誠、馬場　理惠子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）” Vol. 23

YOSHIMURA Masayuki

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-second article based on our research and results in which we studied the problems 11 to 15 of Chapter 7, Yingbuzu（盈不足）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、盈不足章の算題［一一］～［一五］に対する訳注を与える。

---

† This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

平成28年２月８日　原稿受理

[一一]今有蒲生一日長三尺、莞生一日長一尺。蒲生日自半。莞生日自倍。問幾何日而長等。答曰、二日十三分日之六。各長四尺八寸十三分寸之六。
術曰、假令二日、不足一尺五寸。令之三日、有餘一尺七寸半[一][14]。

校訂：[一]戴震は、以下に「以盈·不足維乘假令之數、并爲實。并盈·不足爲法。實如法而一、得日數。不盡者、等數約之而命分。以後一日所長乘日分子、如日分母而一、各增二長、爲二物共出齊等之數」が抜けていると云う。しかし、ここでは省略と見て採らない。

訓読：今、蒲[56]は生ずるの一日にして三尺を長じ、莞[57]は生ずるの一日にして一尺を長ずるもの有り。蒲の生ずること日ごとに自ら半す。莞の生ずること日ごとに自ら倍す。問う、幾何日にして長さ等しきや。答えに曰う、二日十三分日の六。各おの長は四尺八寸十三分寸の六。
術に曰う、仮令に二日なれば、一尺五寸を不足す。之をして三日たらしむれば、一尺七寸半を余す有り[58]。

注：(56)「蒲」とは、がま科の多年生植物、淡水の水ぎわに生じる草の名。『説文解字』巻一下·艸部に「蒲、水艸也。或以作席。從艸浦聲」とある。
(57)「莞」とは、ふとい、別名太藺（おおい）。カヤツリグサ科の多年草。『説文解字』巻一下・艸部に「莞、艸也。可以作席。從艸完聲」とある。
(58) 本題での計算は次の通りである。

	初日	2日目	3日目
蒲	3尺	$3+3\times\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$尺	$3+3\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{2^2}=5\frac{1}{4}$尺
莞	1尺	$1+1\times 2=3$尺	$1+1\times 2+1\times 2^2=7$尺

2日なら、莞は、$4\frac{1}{2}-3=1\frac{1}{2}$尺（＝15寸）不足し、3日なら、莞は、$5\frac{1}{4}-7=-1\frac{3}{4}$尺で$1\frac{3}{4}$尺（$17\frac{1}{2}$寸）余る。これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

$$\frac{2日\times 17\frac{1}{2}寸+3日\times 15寸}{15寸+17\frac{1}{2}寸}=2\frac{6}{13}\fallingdotseq 2.4615$$

すなわち$2\frac{6}{13}$日で蒲と莞は等しい長さとなる。つぎにその時点での両者の長さを求める。これを莞で計算すると、莞は初日で1尺、2日目で2尺、合わせて3尺（30寸）伸びている。3日目で4尺伸びるが、実は$\frac{6}{13}$日であるので、実際は、$4\times\frac{6}{13}$尺（$18\frac{6}{13}$寸）伸びることになる。すなわち、

$3尺+(4尺\times\frac{6}{13}日)=4\frac{11}{13}尺=4尺8\frac{6}{13}寸$

となる。

ところが、この解法は正確ではない。これを現在の数学で解くと、次のようになる。x日目の蒲と莞の生長数をそれぞれS、S’とおくと、

$$\text{蒲}\qquad S=3+3\times\frac{1}{2}+3\frac{1}{2^2}\cdots\cdots+3\times\frac{1}{2^{x-1}}\qquad\cdots(1)$$

$$—)\qquad \frac{1}{2}S=\qquad 3\times\frac{1}{2}+3\frac{1}{2^2}\cdots\cdots+3\times\frac{1}{2^{x-1}}+3\times\frac{1}{2^x}\quad\cdots(2)$$

$$\frac{1}{2}S=3-3\times\frac{1}{2^x}\qquad\cdots(1)-(2)$$

ゆえに$S=6-6\times\frac{1}{2^x}$を得る。

$$\text{莞}\qquad S'=1+2+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^{x-1}\qquad\cdots(3)$$

$$—)\qquad 2S'=\qquad 2+2^2+2^3+\cdots\cdots+2^{x-1}+2^x\cdots(4)$$

$$-S'=1-2^x\qquad\cdots(3)-(4)$$

ゆえに$S'=2^x-1$を得る。

ここでS＝S’より$6-6\times\frac{1}{2^x}=2^x-1$、さらに$X=2^x$とおくと、$6-\frac{6}{X}=X-1$となる。これを$X$について整理すると、$X^2-7X+6=(X-6)(X-1)=0$となり、これを解くと$X=1,6$となる。ここで$X=1$のとき、$x=0$となるので不適。従って正答は$X=6$のとき、$x=\log_2 6\fallingdotseq 2.585$を得る。

『算数書』「方田」題では面積は１畝=240平方歩の正方形状の田の１辺を求めるのに開平法を用いずに、盈不足術で代用して近似計算を行っている。

方田。田一畝方幾何步。曰、方十五步丗一分步十五。朮（術）曰、方十五步不足十五步、方十六步有徐（餘）十六步。曰、幷贏・不足以爲法。不足子乘贏母、贏子乘不足母、幷以爲實。復之、如啓廣之朮（術）。

ここでは、田の１辺の長さを15歩とすると田の面積は15×15＝225平方歩となるので15平方歩不足する。また１辺の長さを16歩とすると田の面積は16×16＝256平方歩となるので16平方歩余る。そこで盈不足術をあてはめると、田の１辺の長さとして

$\frac{15歩\times16平方歩+16歩\times15平方歩}{15歩+16歩}=\frac{480}{31}=15\frac{15}{31}歩\fallingdotseq15.4839歩$を得ている。ただこの値は本題と同様に近似値である。この算題での正答は$\sqrt{240}=4\sqrt{15}=15.4919歩$である。

訳：今、蒲が生えたその日に３尺伸びる、莞が生えたその日に１尺伸びる、そのような蒲

と莞がある。蒲の生長率は前日の半分である。莞の生長率は前日の２倍である。問う、何日で長さは等しくなるか。

答えにいう、$2\frac{6}{13}$日、それぞれの長さは４尺$8\frac{6}{13}$寸。

術にいう、かりに２日であれば、莞は１尺５寸が不足する。かりに3日であれば、莞は1尺$7\frac{1}{2}$寸あまる。

[14] [劉注] 按、「假令二日、不足一尺五寸」者、蒲生二日、長四尺五寸、莞生二日、長三尺、是爲未相及一尺五寸、故曰不足。「令之三日、有餘一尺七寸半」者、蒲増前七寸半、莞増前四尺、是爲過一尺七寸半、故曰有餘。以盈不足乘除之。又以後一日所長各乘日分子、如日分母而一者、各得日分子之長也。故各増二〔日定〕[一]長、即得其數。

校訂：[一]李潢の校訂にしたがうと「故各増二長」は、「故各増二日定長」とするべきである。

訓読：按ずるに、「仮令に二日なれば、一尺五寸を不足す」とは、蒲は生じて二日にして、長さは四尺五寸、莞は生じて二日にして、長さは三尺、是れ未だ相ひ及ばざること一尺五寸と為す、故に「不足す」と曰う。「之をして三日たらしむれば、一尺七寸半を余す有り」とは、蒲は前に増すこと七寸半、莞は前に増すこと四尺、是れ過ぐること一尺七寸半と為す、故に「余す有り」と曰う。盈・不足を以て之を乗除す、又、後の一日の長ずる所を以て各おの日の分子に乗じ、日の分母の如くして一とすれば、各おの日の分子(59)の長を得る也。故に各おの二日の定長に増せば、即ち其数を得(60)。

注：(59) ここの「分子」の意味は不詳。我々は「分子」を衍字と見て訳さない。

(60) 莞の例で考えると、１日目は１尺で、２日目は３尺である。蒲と同じ長さになるのが$2\frac{6}{13}$日であるから、３日目の生長は４尺×$\frac{6}{13}$日＝$\frac{24}{13}$尺となる。その長さは、式で表すと、１尺＋２尺＋$\frac{24}{13}$尺＝$4\frac{11}{13}$尺＝４尺$8\frac{6}{13}$寸となる。

「後一日の長ずる所を以て」以下の意味するところは、次の通りである。

「後の一日」とは、莞の３日目の生長数４尺を云う。この４尺に答え（$\frac{6}{13}$）の分子６を乗じ（４×６）、答えの分母13で割ってやると、３日目途中の$\frac{6}{13}$日までの生長数（$\frac{24}{13}$尺）が得られる。そこで莞の１日目（1尺）と２日目（２尺）の生長数をこれに加えると、莞の３日目途中の$\frac{6}{13}$日までの生長数（４尺$8\frac{6}{13}$寸）が得られる。

訳：按ずるに、「かりに2日であれば、１尺５寸が不足する」とは、蒲は生えてから２日で、長さは４尺５寸（45寸）になり、莞は生えてから２日で、長さは３尺（30寸）になるが、これでは莞は蒲に１尺５寸（15寸）及ばない。ゆえに「不足する」というのである。

また、「かりに３日であれば、１尺$7\frac{1}{2}$寸余る」とは、蒲は前より$7\frac{1}{2}$寸増え、莞は前より４尺（40寸）増えており、これでは（莞は蒲を）１尺$7\frac{1}{2}$寸超える。ゆえに「余す有り」というのである。盈不足術によってこれを乗除すると$2\frac{6}{13}$日という答えがでる。また３日目に伸びる蒲と莞の長さ（$\frac{3}{4}$尺と4尺）を答えの分数の分子（6）に掛け、分母（13）で割ってやると、蒲と莞の３日目途中までの長さが得られる。そこで、この値を定長（２日目までの蒲と莞の伸びた長さ）に加えると、蒲と莞の３日目$\frac{6}{13}$日までの長さが得られる。

[一二][一]今有垣厚五尺、兩鼠對穿。大鼠日一尺、小鼠亦日一尺。大鼠日自倍、小鼠日自半。問幾何日相逢。各穿幾何。答曰、二日十七分日之二。大鼠穿三尺四寸十七分寸之十二、小鼠穿一尺五寸十七分寸之五。
術曰、假令二日、不足五寸。令之三日、有餘三尺七寸半[15]。

校訂：[一]四庫全書本では、この算題は[二〇]の後におく。われわれは算経十書本に従う。

訓読：今、垣の厚さは五尺、両鼠対穿する有り。大鼠は日に一尺、小鼠も亦た日に一尺。大鼠は日ごとに自ら倍し、小鼠は日ごとに自ら半す。問う、幾何日にして相い逢うや。各おの穿つこと幾何ぞ。答えに曰う、二日十七分日の二。大鼠穿つこと三尺四寸十七分寸の十二、小鼠穿つこと一尺五寸十七分寸の五。

術に曰う、仮令に二日なれば、五寸を不足す。之れをして三日たらしむれば、三尺七寸半を余す有り(61)。

注：(61) 本題での計算は次の通りである。

	初日	２日目	３日目
大鼠	１尺	$1+1\times 2=3$尺$=30$寸	$1+2+(2\times 2)=7$尺$=70$寸
小鼠	１尺	$1+1\times\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$尺$=15$寸	$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$尺$=17\frac{1}{2}$寸

垣の厚さは、５尺＝50寸であるから、２日目は、$50-(30+15)=5$寸足りない。３日目は、$50-(70+17\frac{1}{2})=-37\frac{1}{2}$となり$37\frac{1}{2}$寸あまる。これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

$$\frac{2\text{日}\times 37\frac{1}{2}\text{寸}+3\text{日}\times 5\text{寸}}{5\text{寸}+37\frac{1}{2}\text{寸}}=2\frac{2}{17}\text{日}\fallingdotseq 2.11765$$

次に大鼠・小鼠の掘った長さを求める。大鼠が$2\frac{2}{17}$日で掘った長さを求める。２

日で30寸を掘っており、あと$\frac{2}{17}$日に掘るのは、$4\frac{12}{17}$寸（40寸×$\frac{2}{17}$）であり、合計３尺$4\frac{12}{17}$寸となる。小鼠が$2\frac{2}{17}$日で掘った長さを求める。２日で15寸掘っており、あと$\frac{2}{17}$日に掘るのは、$\frac{5}{17}$寸（$\frac{10}{4}$寸×$\frac{2}{17}$）であり、合計１尺$5\frac{5}{17}$寸となる。

しかし、前の算題［一一］と同様、この解法は正確ではない。これを現在の数学で解くと、次のようになる。x日目の大鼠と小鼠の掘った長さをそれぞれS、S’とおくと、

大鼠　$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots\cdots + 2^{x-1}$　…（5）

—）　$2S = \quad 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots\cdots + 2^{x-1} + 2^x$　…（6）

$-S = 1 \qquad\qquad - 2^x$…（5）－（6）

ゆえに$S = 2^x - 1$を得る。

小鼠　$S' = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}\cdots\cdots + \frac{1}{2^{x-1}}$　…（7）

—）　$\frac{1}{2}S' = \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}\cdots\cdots + \frac{1}{2^{x-1}} + \frac{1}{2^x}$　…（8）

$\frac{1}{2}S' = 1 \qquad\qquad -\frac{1}{2^x}$…（7）－（8）

ゆえに$S' = 2 - 2 \times \frac{1}{2^x}$を得る。

ここで$S + S' = 5$より$2^x - 1 + 2 - 2 \times \frac{1}{2^x} = 5$、さらに$X = 2^x$とおくと、$X + 1 - \frac{2}{x} = 5$となる。これを$X$について整理すると、$X^2 - 4X - 2 = 0$となり、これを解くと$X = 2 \pm \sqrt{6}$となる。ここで$X = 2 - \sqrt{6}$のとき$X < 0$となるので不適。従って正答は$X = 2 + \sqrt{6}$のとき、$x = \log_2(2 + \sqrt{6}) \fallingdotseq 2.15364$を得る。

訳：今、垣の厚さは５尺（50寸）であり、２匹の鼠が向かい合って掘った。大鼠は１日に１尺（10寸）を、小鼠もまた１日に１尺（10寸）を掘る。大鼠は日ごとに掘る率が２倍になり、小鼠は日ごとに半分となる。問う、何日で出逢うか。また、それぞれいくら掘るか。

答えにいう、$2\frac{2}{17}$日。大鼠は３尺$4\frac{12}{17}$寸を堀り、小鼠は１尺$5\frac{5}{17}$寸を掘る。

術にいう、かりに２日であれば、５寸を不足する。かりに３日であれば、３尺$7\frac{1}{2}$寸あまる。

[15]［劉注］[一]**大鼠日倍、二日合穿三尺。小鼠日自半、合穿一尺五寸、幷大鼠所穿、合〔四〕**[二]**尺五寸。課於垣厚五尺、是爲不足五寸。令之三日、大鼠穿得七尺、小鼠穿得一尺七寸半、幷之、以減垣厚五尺、有餘三尺七寸半。以盈不足術求之、即得。以後一日所穿乘日分子、如日分**

母而一、即各得日分子之中所穿。故各増二日定穿、即合所問也。

校訂：[一]算経十書本では､以下の「大鼠日倍」から「即合所問也」までを本文とするが、李潢の校訂に従い、これは劉徽注とする。

[二]算経十書本は､「四」字を脱するが、李潢の校訂に従い補う。

訓読：大鼠は日ごとに倍し、二日にして合せて三尺を穿つ。小鼠は日ごとに自ら半し、合せて一尺五寸を穿つ、大鼠の穿つ所に并すれば、合せて四尺五寸たり。垣の厚五尺に課せば、是れ五寸を不足すと為す。之れをして三日たらしむれば、大鼠は穿ちて七尺を得、小鼠は穿ちて一尺七寸半を得、之を并せて、以て垣の厚五尺より減ずれば、三尺七寸半を余す有り。盈不足術を以て之を求むれば、即ち得。後一日の穿つ所を以て日の分子に乗じ、日の分母の如くして一とすれば、即ち各おの日の分子(62)の中の穿つ所を得。故に各おの二日の定穿に増せば、即ち問う所に合する也(63)。

注：(62) この「分子」も前題の劉注［14］と同じく不詳。注 (59) を参照。

(63)「後一日の穿つ所を以て」以下の意味するところは、次の通りである。

「後の一日」とは、大鼠の３日目の掘る長さ４尺（＝40寸）を云う。この40に答え ($\frac{2}{17}$) の分子２を乗じ (40×2)、答えの分母17で割ってやると、３日目途中の$\frac{2}{17}$日までの掘った数($\frac{80}{17}$寸)が得られる。そこで大鼠の１日目(１尺)と２日目(２尺)の穿った数をこれに加えると、大鼠の３日目途中の$\frac{2}{17}$日までの穿った数 (3尺4$\frac{12}{17}$寸) が得られる。

小鼠も同様に計算できる。小鼠の３日目の掘る長さ$\frac{1}{4}$尺（＝$\frac{10}{4}$寸）を云う。この$\frac{10}{4}$に答え ($\frac{2}{17}$) の分子２を乗じ ($\frac{10}{4}$×2)、答えの分母17で割ってやると、３日目途中の$\frac{2}{17}$日までの掘った数 ($\frac{5}{17}$寸) が得られる。そこで小鼠の１日目（１尺）と２日目 ($\frac{1}{2}$尺)の掘った数をこれに加えると､小鼠の３日目途中の$\frac{2}{17}$日までの掘った数(１尺5$\frac{5}{17}$寸) が得られる。

訳：大鼠は１日ごとに (掘る長さが) ２倍になり､２日で掘った合計は３尺 (30寸) となる。小鼠は１日ごとに半分となり、２日で掘った合計は１尺５寸 (15寸) となり、これを大鼠の掘ったものに加えると、合計は４尺５寸 (45寸) となる。これを垣の厚さ５尺と比べると、５寸不足する。またかりに３日とすれば、大鼠は７尺 (70寸) を掘り、小鼠は１尺７寸半 (17$\frac{1}{2}$寸) を掘り、これを加えて、垣の厚さ５尺より引けば、３尺７寸半 (37$\frac{1}{2}$寸)余る。盈不足術によって計算すれば､すなわち出逢う日数が得られる。また３日目に掘った長さ ($\frac{80}{17}$寸と$\frac{5}{17}$寸) を、答えの分数の分子 (2) に掛け、分母 (17) で割ってやると、大鼠と小鼠が３日目途中までに掘った長さが得られる。そこで、この値を２日目までに掘った長さに増すと、すなわち問いの値に合う。

［一三］今有醇酒一斗、直錢五十、行酒一斗、直錢一十。今將錢三十、得酒二斗。問醇・行酒各得幾何。答曰、醇酒二升半、行酒一斗七升半。
術曰、假令醇酒五升、行酒一斗五升、有餘一十。令之醇酒二升、行酒一斗八升、不足二[一][16]。

校訂：［一］戴震は、以下に「各以盈・不足維乘之、幷爲實。幷盈・不足爲法。實如法而一、得二酒之數」が脱けていると云う。しかし、省略と考え採らない。

訓読：今、醇酒(64)一斗にして、直（値）銭五十、行酒(65)一斗にして、直（値）銭一十なる有り。今、将に銭三十にして、酒二斗を得んとす。問う、醇・行酒は各おの得ること幾何ぞ。答えに曰う、醇酒は二升半、行酒は一斗七升半。
　術に曰う、仮令に醇酒五升、行酒一斗五升なれば、一十を余す有り。之れをして醇酒二升、行酒一斗八升ならしむれば、二を不足す(66)。

注：(64)「醇酒」とは、李籍は「厚酒也」とする。『説文解字』巻一四下・酉部に「醇、不澆酒」とあり、段注に、「一色成体謂之醇」とある。また、『漢書』巻五・景帝紀に「高廟酎、奏武德・文始・五行之舞」とあり、師古注に、「酎、三重釀、醇酒也。味厚、故以薦宗廟」とある。ここでは濃い酒、混じりけがない酒の意味。
(65)「行酒」とは、李籍は「市酒也」とする。『説文解字』巻一四下・酉部に「醶、泛齊、行酒也。從酉監聲」とあり、段注に、「行酒未聞、疑是貨物行敝之行、謂行用之酒也」とある。ここでは一般に流通している酒の意味。
(66) 本題の計算は次の通りである。
醇酒10升（1斗）で50銭、行酒10升（1斗）で10銭であるから、醇酒が5升で25銭、行酒が15升で15銭、合計20升で40銭となり、10銭が余る。醇酒が2升で10銭、行酒が18升で18銭、合計20升で28銭となり、2銭が不足する。
　これを盈不足術にあてはめると、次の式が成り立つ。

醇酒：$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 2 \end{bmatrix} \dfrac{5升\times 2銭+2升\times 10銭}{10銭+2銭} = \dfrac{30}{12} = 2\dfrac{1}{2}升$

行酒：$\begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 10 & 2 \end{bmatrix} \dfrac{15升\times 2銭+18升\times 10銭}{10銭+2銭} = \dfrac{210}{12} = \dfrac{35}{2} = 17\dfrac{1}{2}升 = 1斗7\dfrac{1}{2}升$

訳：今、醇酒は1斗（10升）で、値50銭であり、行酒は1斗（10升）で、値10銭である。今、30銭で、酒2斗（20升）を得ようとする。問う、醇酒・行酒の量はそれぞれいくらか。

答えにいう、醇酒は２升半（$2\frac{1}{2}$升）、行酒は１斗７升半（$17\frac{1}{2}$升）。

術にいう、かりに醇酒が５升で、行酒が１斗５升（15升）であれば、10銭余る。かりに醇酒が２升で行酒が１斗８升（18升）であれば、２銭不足する。

[16]［劉注］據醇酒五升、直（値）錢二十五、行酒一斗五升、直（値）錢十五。課於三十、是爲「有餘十」。據醇酒二升、直（値）錢一十、行酒一斗八升、直（値）錢一十八。課於三十、是爲「不足二」。以盈不足術求之。此問已有重（説）〔設〕[一]及其齊同之意也。

校訂：［一］李潢の校訂にしたがうと「説」は、「設」とするべきである。

訓読：醇酒五升にして、値は銭二十五、行酒一斗五升にして、値は銭十五に拠りて、三十に課すれば(67)、是れ「十余す有り」と為す。醇酒二升にして、値は銭一十、行酒一斗八升にして、値は銭一十八に拠りて、三十に課すれば、是れ「二を不足す」と為す。盈不足術を以て之を求む。此問は已に重設(68)有れば、其の「斉」「同」に及ぶの意也(69)。

注：(67) 51)の注(51)を参照。「課」は検定の義であったが、そこから引伸して、ここでは「比べる」の義。以下同じ。

(68) ここで「重設」というのは、「醇酒が５升で25銭、行酒が15升で15銭」という設定と、「醇酒が２升で10銭、行酒が18升で18銭」という二つの設定があるからである。

(69) 盈不足章［九］の[12]劉注に、「欲爲齊同之意。爲齊同者、齊其假令、同其盈朒。通計齊即不盈不朒之正數、故可以幷之爲實、幷盈・不足爲法」とあるのを参照。

訳：醇酒５升は、値は25銭であり、行酒１斗５升（15升）は、値は15銭であることに拠れば、30銭と比べると、余りは10銭である。醇酒２升によると、値は10銭であり、行酒１斗８升（18升）は、値は18銭に拠れば、30銭と比べると、不足は２銭である。盈不足術により計算する。この問はすでに設定が二重であり、それが「斉」「同」に及んでいるという意味である。

［一四］今有大器五・小器一、容三斛、大器一・小器五、容二斛。問大・小器各容幾何。答曰、大器容二十四分斛之十三、小器二十四分斛之七。

術曰、假令大器五斗、小器亦五斗、盈十斗。令之大器五斗五升、小器二斗五升、不足二斗[17]。

訓読：今、大器五・小器一なれば、三斛を容れ、大器一・小器五なれば、二斛を容るる有り。問う、大・小器の各おの容るること幾何ぞ。答えに曰う、大器は二十四分斛の十三を容れ、小器は二十四分斛の七。

術に曰う、仮令に大器は五斗、小器も亦た五斗たれば、十斗を盈す。之をして大器は五斗五升、小器は二斗五升たらしむれば、二斗を不足す(70)。

注：(70) 計算は以下の通り。次の劉徽注も同じ計算をしている。

大器と小器の容量は不明であるが、大器が5個·小器が1個であれば容量は3斛（30斗）であり、大器が1個・小器が5個であれば容量は2斛（20斗）である。大器の容量が5斗で、小器の容量も5斗であれば、10斗余る。大器の容量が5斗5升（$5\frac{1}{2}$斗）で、小器の容量が2斗5升（$2\frac{1}{2}$斗）であれば、2斗不足する。

これを盈不足術にあてはめると、次の式が成り立つ。

大器は、$\begin{bmatrix} 5 & 5\frac{1}{2} \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$の容量 $\dfrac{5\text{升}\times 2\text{斗}+5\frac{1}{2}\text{斗}\times 10\text{斗}}{10\text{斗}+2\text{斗}}=\dfrac{65}{12}\text{斗}=\dfrac{13}{24}\text{斛}$

小器は、$\begin{bmatrix} 5 & 2\frac{1}{2} \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$の容量 $\dfrac{5\text{升}\times 2\text{斗}+2\frac{1}{2}\text{斗}\times 10\text{斗}}{10\text{斗}+2\text{斗}}=\dfrac{35}{12}\text{斗}=\dfrac{7}{24}\text{斛}$

訳：今、大器5個と小器1個があり、容量は3斛であり、大器1個と小器5個では、容量は2斛である。問う、大・小器の容量はそれぞれいくらか。

答えにいう、大器の容量は$\frac{13}{24}$斛、小器の容量は$\frac{7}{24}$斛。

術にいう、かりに大器の容量が5斗、小器の容量も5斗であれば、10斗余る。かりに大器の容量が5斗5升、小器の容量が2斗5升であれば、2斗不足する。

[17] [劉注] **按、大器容五斗、大器五容二斛五斗。以減三斛、餘五斗、即小器一所容。故「曰小器亦五斗」。小器五容二斛五斗、大器一〔容五斗〕**[一]**、合爲三斛。課於兩斛、乃多十斗。令之大器五斗五升、大器五合容二斛七斗五升。以減三斛、餘二斗五升、即小器一所容。故曰「小器二斗五升」。大器一容五斗五升、小器五合容一斛二斗五升、合爲一斛八斗。課於二斛、少二斗。故曰「不足二斗」。以盈・不足維乘之、各并爲實。并盈・不足爲法、除之。**

校訂：[一]李潢の校訂にしたがうと「大器一」の下に「容五斗」がある。

訓読：按ずるに、大器は五斗を容るれば、大器五は二斛五斗を容る。以て三斛より減ずれば、五斗を余す、即ち小器一の容るる所なり。故に曰う「小器も亦た五斗」と。小器五は二斛五斗を容るれば、大器一は五斗を容る、合せて三斛と為す。両斛に課せば、乃ち十斗多し。之れをして大器五斗五升たらしむれば、大器五は合せて二斛七斗五升を容る。以て三斛より減ずれば、二斗五升を余し、即ち小器一の容るる所なり。故に曰う「小器二斗五升」と。大器一は五斗五升を容れ、小器五と合せて一斛二斗五升を容れ、合せて一斛八斗と為す。二斛に課せば、二斗少し。故に曰う「二斗を不足す」と。盈·

不足を以て之を維乗し､各おの并せて実と為す。盈･不足を并せて法と為し､之を除す。

訳：按ずるに、大器の容量が５斗であれば、大器５個の容量は２斛５斗である。これを３斛から減ずると､余りは５斗､つまり小器１個の容量となる。ゆえに「小器も亦た五斗」といっているのである。小器５個の容量が２斛５斗であれば、大器１個の容量５斗と合わせて３斛となる。これを２斛と比べれば、10斗多い。また、かりに大器が５斗５升であれば、大器５個の合わせた容量は２斛７斗５升である。これを３斛から減ずると､余りは２斗５升となるので､小器１個の容量である。ゆえに「小器二斗五升」といっているのである。大器１個の容量は５斗５升、小器５個の合わせた容量は１斛２斗５升であり､これを合わせると１斛８斗となる。２斛と比べると、２斗少ない。ゆえに「二斗を不足する」といっているのである。盈・不足を維乗して、それぞれ合計して実とする。盈・不足を合計して法として、実を割る。

［一五］今有漆三得油四、油四和漆五。今有漆三斗、欲令分以易油、還自和餘漆。問出漆・得油・和漆各幾何。答曰、出漆一斗一升四分升之一、得油一斗五升、和漆一斗八升四分升之三。
術曰、假令出漆九升、不足六升。令之出漆一斗二升、有餘二升[18]。

訓読：今、漆三は油四を得、油四は漆五を和すること有り。今、漆三斗有り、分けて以て油に易え、さらに自ら余漆を和しめんと欲す。問う、出す漆・得る油・和す漆は各おの幾何ぞ。答えに曰う、出す漆は一斗一升四分升の一、得る油は一斗五升、和す漆は一斗八升四分升の三。

術に曰う、仮令に出す漆九升なれば、不足すること六升。之をして出す漆の一斗二升たらしむれば、二升(71)を余す有り。

注：(71) 本題の計算は次の通りである。

漆３斗（30升）で油４斗（40升）を得、油４斗（40升）で漆５斗（50升）を和す。出す漆が９升であれば、油 $9\times\frac{4}{3}=12$升を得、油12升で和す漆は$12\times\frac{5}{4}=15$升である。このとき漆は$30-(15+9)=6$升不足する。出す漆が12升であれば、油$12\times\frac{4}{3}=16$升を得、油16升で和す漆は$16\times\frac{5}{4}=20$升である。このとき漆は$30-(12+20)=-2$升で２升余る。

これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

出す漆：$\frac{9升\times2升+12升\times6升}{6升+2升}=11\frac{1}{4}升$

得る油：$11\frac{1}{4}$升×$\frac{4}{3}$＝15升

和す漆：15升×$\frac{5}{4}$＝$18\frac{3}{4}$升

現在の数学を用いて解くと、出す漆をx升とした場合、得る油は$\frac{4}{3}x$升、混ぜ合わせる漆は$\frac{5}{4}\times\frac{4}{3}x$升となる。出す漆と混ぜ合わせる漆の合計が元の漆３斗になればよいので、$x+\frac{5}{4}\times\frac{4}{3}x=30$を満たす$x$を求める。

これを解くと、$\frac{8}{3}x=30$より、出す漆は$x=\frac{90}{8}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}$升。これより、得る油は$\frac{4}{3}\times\frac{45}{4}=15$升、混ぜ合わせる漆は$\frac{5}{4}\times15=\frac{75}{4}=18\frac{3}{4}$升が得られる。

訳：今、漆３で油４が得られ、油４は漆５と混ぜ合わせる。今、漆３斗が有る、これを分けて油と交換し、その油で余った漆と混ぜ合わせようとする。問う、出す漆･得る油･混ぜ合わせる漆はそれぞれいくらか。

答えにいう、出す漆は１斗$1\frac{1}{4}$升（$11\frac{1}{4}$升）、得る油は１斗５升（15升）、混ぜ合わせる漆は１斗$8\frac{3}{4}$升（$18\frac{3}{4}$升）である。

術にいう、かりに出す漆が９升であれば、６升不足する。かりに出す漆が１斗２升（12升）であれば、２升余る。

[18]**按、此術三斗之漆、出九升、得油一斗二升、可和漆一斗五升。餘有二斗一升、則六升無油可和。故曰「不足六升」。令之出漆一斗二升、則易得油一斗六升、可和漆二斗。於三斗之中已出一斗二升、餘有一斗八升。見在油合和得漆二斗、則是「有餘二升」。以盈・不足維乘之爲實。幷盈・不足爲法。實如法而一、得出漆升數。求油及和漆者、四・五各爲所求率、四・三各爲所有率、而今有之、即得也。**

訓読：按ずるに(72)、此術の三斗の漆、九升を出せば、油一斗二升を得、漆一斗五升を和す可し。余り有ること二斗一升、則ち六升は油の和す可き無し。故に曰う「不足すること六升」と。之をして出す漆一斗二升たらしむれば、則ち油一斗六升に易え得、漆二斗を和す可し。三斗の中に於て已に出すこと一斗二升、余り有ること一斗八升。見在の油の漆二斗に合和し得れば(73)、則ち是れ「余り有ること二升」とす。盈・不足を以て之を維乗して実と為す。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして一とすれば、出す漆の升数を得。油及び和する漆を求むるは、四･五を各おの所求率と為し、四・三を各おの所有率と為して、之を今有すれば、即ち得る也。

注：(72) これは李淳風注であろう。

(73)「易得」や「合和得」の「得」は結果補語であり、唐代以降の用法である。唐・拾得『詩』十九「獼猴尚教得、人何不憤發」（『全唐詩』巻807）とある。

訳：按じますに、この術で３斗（30升）の漆で、９升を出すと、油１斗２升（12升＝$9\times\frac{4}{3}$）を得、漆１斗５升（15升=$12\times\frac{5}{4}$）を混ぜ合わすことができる。余りの漆は２斗１升（21升＝30−９）であるから、６升（21−15）の漆は混ぜ合わすべき油がない。ゆえに「不足すること六升」というのである。かりに出す漆が１斗２升（12升）であれば、交換により得た油１斗６升（16升＝$12\times\frac{4}{3}$）は、漆２斗（20升＝$16\times\frac{5}{4}$）を混ぜ合わすことができる。３斗（30升）の中で、すでに１斗２升（12升）を出したのであるから、余りの漆は１斗８升（18升＝30−12）である。今在る油（16升）は漆２斗（20升＝$16\times\frac{5}{4}$）で混ぜ合わせることができるので、ここには「余り有ること二升」とある。盈・不足を維乗して実とする。盈・不足を合計して法とする。実を法で割れば、出す漆の升数を得る。油及び混ぜ合わせた漆を求めるには、四・五をそれぞれ「所求率」とし、三・四をそれぞれ「所有率」として、今有術をあてはめると、答えが得られる。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）
２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）
３）郭書春・劉鈍『算経十書』（遼寧教育出版社、1998年12月）、（九章出版社、2001年４月）
４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）
５）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）
６）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）
７）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）
８）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）
９）李籍『九章算術音義』（文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収）
10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）
11）楊輝『詳解九章算法』（宜稼堂叢書本）
12）李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰（25年）語鴻堂刊本）
13）清水達雄『九章算術』１～15（「数学セミナー」1975年２月号～1976年４月号）
14）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）
15）Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999年10月）
16）大川俊隆『九章算術』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文・社会科学編２号（2008年２月）

17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 3 号(2008年 6 月)
18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第 4 四半期)
19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 4 号(2008年10月)
20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 5 号(2009年 2 月)
21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 6 号 (2009年 6 月)
22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 7 号 (2009年10月)
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月)
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (7) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 8 号 (2010年 2 月)
25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書―『数』と『算術』」大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編10号 (2010年10月)
30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (10) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編11号 (2011年 2 月)
31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (11) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号 (2011年 6 月)
32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (12) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編13号 (2011年10月)
33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院蔵秦簡 (貳)』(上海辞書出版社、2011年12月)
34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿 (13) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号 (2012年 2 月)
35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿 (14) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号 (2012年 6 月)
36) 大川俊隆　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (1) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編16

号 (2012年10月)

37) 田村誠　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (2) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編17号 (2013年 2 月)

38) 馬場理恵子、吉村昌之　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (3) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編18号 (2013年 6 月)

39) 角谷常子　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (4) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編19号 (2013年10月)

40) 小寺裕、張替俊夫　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編20号 (2014年 2 月)

41) 武田時昌　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編21号 (2014年 6 月)

42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (15) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号 (2014年10月)

43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)

44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (16) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号 (2015年 2 月)

45) 大川俊隆『九章算術』訳注稿 (17) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号 (2015年 2 月)

46) 呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相関研究』(江蘇人民出版社、2014年 5 月)

47) 大川俊隆『九章算術』訳注稿 (18) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号 (2015年 6 月)

48) 角谷常子『九章算術』訳注稿 (19) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号 (2015年 6 月)

49) 角谷常子『九章算術』訳注稿 (20) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号 (2015年10月)

50) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (21) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号 (2015年10月)

51) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (22) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編26号 (2016年 2 月)