

# マインドの数理的解明

竹内 康 滋

## On a mathematical description of the mind

TAKEUCHI Yasuji

### Abstract

The mind is researched in the many field, such as psychology, philosophy, and linguistics. It has been an eternal subject although it has been inquired. This research is on the mind which is clarified in mathematical principle. Methodology is as follows. Two mathematics Theory is considered. For the point that the two theories differ, one side has a relation to the mind but another side does not have the relation. The difference between these two mathematics theories is only this point. It is a mathematical target about the point that these two mathematics theories differ. This mathematical description turns into a mathematical description of the mind.

### 1. 抽象数学も自然現象

数学の研究者は通常理学部に組み込まれている。理学部の他の分野の研究者からは、数学者をとときには異端視することがある。数学以外の理学者の多くは、現実のものを見据えて研究をしているのに比べて、数学者の研究は抽象論が多いからであろう。しかし、数学も元は、実生活から派生した数理的問題を解決するために生まれるきっかけとなった理論も数多い。また、自然現象を記述する目的で構築された理論もある。具体的には、前者について言えば、「賭」の損得勘定を理論化することから確率論が生まれ、後者について言えば、物理現象を研究するうち、必要にせまられて数理の研究におよび、結果的には数学理論ができあがった微分積分学のようなものもある。微分積分学を構築したのは、ニュートンである。万有引力の発見で知られているように、ニュートンは元々物理学者である。

18世紀になって、ガロワ理論が発見され、当時の数学者は驚天動地の思いであったろう。それまでの数学は、常に現象と深くかかわりを持っていた。しかし、ガロワ理論は、この既成概念を突き崩すものであって、抽象概念の重要性を突きつけられたわけである。このことがきつ

かけとなって、抽象数学の重要性が認識されるようになった。しかしながら、あまりにも抽象化が進み、数学は実学との乖離が甚だしくなり、アブストラクト・ナンセンスと悪評されるようになった。実際、抽象数学の数学以外への応用場面は最近まで、全くと言っていいほどなかった。ところが、コンピュータの進歩と共に、抽象数学の応用場面が増え始めた。群論がブロック・デザインに、楕円関数が暗号に応用されるというような例を挙げれば枚挙にいとまがない。ガロアがガロア理論を打ち出すのが、余りにも早すぎたがために、数学理論が他の研究分野に先駆けて進歩したために、数学を実学に応用するのに時間がかかっただけで、決して数学が実学から乖離していたわけではなかった。

数学者が論理を駆使して、創り上げた理論体系が数学であるようにみえる。アブストラクト・ナンセンスという語句は、この見方から言われた数学者への悪評であろう。実際には、数学は数学者の創り物ではなく、自然界に横たわる数理法則を見いだしていくことが、数学研究の役割であり、発見の集大成が数学理論である。物理現象も化学現象も数理現象も同じ宇宙の中で起こっている現象であるから、それらが連繋しているのは当然であって、数学が実学と結びつかないはずがない。

## 2. 脳機能とコンピュータ機能

フォン・ノイマンがコンピュータを設計したとき、コンピュータに持たせた機能としては加算演算と論理演算だけである。加算演算を用いて他の演算すなわち減法、乗法、除法を行うための必要性から論理演算を導入した。コンピュータが脳機能のモデルになることを期待して、フォン・ノイマンが論理演算を導入したかどうかはわからない。結果的には、コンピュータのもつ論理演算がコンピュータをして脳機能のモデルまで高めた要因となった。一般には、量は質には変化しえないものであるが、コンピュータの世界では、量は質にまで変化する。例えば、チェス名人と互角に勝負が出来るコンピュータ・システムが出来ているが、この場合がまさしく量を質にまで変化させた事実である。チェス名人は定石とか過去の経験という質を用いて勝負に臨んでいるが、一方コンピュータ・システムの場合は、最善の次の一手をすべての手の中から探す。高速計算が可能なるが故に、膨大な量になるであろう次の一手を高速にやっつける。コンピュータは、高速計算という量によってチェス名人の質を凌駕するということが可能にしている。

この例は、プロセスは異なるが結果的にはコンピュータは人間の脳と同じことが出来ることを示している。チェス名人は定石とか過去の経験を用いており、コンピュータはただがむしゃらに計算をやっているだけであると言われるかも知れないが、ここに本質的な違いがあるかどうかは、今のところは分からない。コンピュータでは、電気を流すことによって、数値演算および論理演算が行われており、脳の中も微弱電流が流れており、記憶や思考はこの電気の流れに

よって行われているとう点では、コンピュータも脳も同じである。脳ではアドレナリン等の化学物質の放射が脳機能に関わっているの、この点はコンピュータと異なる。

コンピュータ科学者の中には、人間の脳の完全モデルをコンピュータによって実現できると信じている人たちは少なくない。コンピュータの歴史を振り返ると、このような信念が生まれてもやむをえないところがある。コンピュータが生まれて間もない頃、コンピュータはいくらでも大きな数値を扱うことはできるけれども、値がいくら大きくてもそれは所詮有限であって、無限を扱うことは出来ないという批判があった。この批判も正当なものではないことが分かるのも間もなくのことであった。次に出てきたコンピュータに対する指摘は、コンピュータは考えることができないというものであった。すでに指摘したように、コンピュータは考えることができる。コンピュータ科学者に最後に突きつけられた問題がコンピュータに心を持たせることができるかというものである。これまで数々の難題を解決してきたコンピュータ科学者は、この問題をも肯定的に解決出来ると信じて努力を重ねているところである。

### 3. 数学と精神

数学は自然界にある数理的法則を発見することが、その研究目標であるということは既に述べた。数学は自然法則から成る体系であるといえるので、数学と人間の精神活動とは無縁のように見える。このことは正しい主張と言えるであろうか。物理学は自然界の物理現象を解明する学問であるので、人間とは独立に存在するものと誰しも考えてきた。相対性理論を打ち立てたアインシュタインですらそうである。物理学では実験をし、観察をしながら物理法則を見つけてきた。自然現象といえども、それは人間の認識下にあるものであって、それ以外の自然現象はありえない。実験をするのも観察をするのも人間であり、物理学理論は、この宇宙に人間の存在が無ければ、現在の物理学理論もありえない。

数学も実は人間の精神活動とは深い関わりを持っているのである。数学者の中には、人間の精神活動とは無関係なところで研究している人たちが居る。実は数学者の殆どは、このような人たちである。精神活動と無関係なところで数学を研究している人たちを形式主義者と言う。形式主義者が打ち立てた数学は、形式的な論理的演繹による体系である。論理的演繹を行うための出発点として、いくつかの原理（仮定）をおいている。この原理は人間の精神活動の視点からは乖離があるかも知れない。例え乖離があっても、物創りに応用している数学を正す必要はない。しかし、物理学や数学は文化の形成に多大の影響を与えている。物理学とりわけ力学はテクノロジーを進展させ、国々を豊かにした。多量消費文化に対して警鐘を鳴らす人でもテクノロジーの進歩については全くといほど疑問をもたない。テクノロジーは人間を幸せにすると信じて疑わない文化が先進諸国に根付いてしまっている。テクノロジーはエネルギーの消費を加速度的に早めた。それは環境を悪化させたばかりでなく、エネルギー資源枯渇による社

会不安を駆り立てることになっている。人類は、このような困難に直面しても、常に英知によって、解決してきた歴史があるので、今回も切り抜ける方策は見つけることが出来ると思える人たちが殆どかと思う。実際にそうであろうか。

テクノロジー至上主義がまかり通るようになったのは、ニュートン力学に起因すると思われる。人間の精神活動との関わりを持つべき力学を、関わりない力学として、テクノロジーに応用してきたがために、人類を危機に陥れることになっている。テクノロジー至上主義を廃し、人類に真の幸せをもたらす物はなにかを考えなければならない。

人類は生物の一種にすぎないのであって、自然の産物であるから、人間の行動は生物の一行動として捉えれば、人間という生物を含めて、すべての生物の行動形態が解明できるという考え方は殆どの人が持っているものと思う。この考え方は正しいであろうか。デンマークの物理学者ニールス・ボーア（1885-1962, 1922年ノーベル賞受賞）が指摘しているように、

我々は、自然の秩序の展開という意味で、演技者であると同時に観客でもある。だから、どんなに挑戦してみても我々が自ら取り巻く世界から、自分を分け隔てることは出来ない。

自然の秩序は人間とは独立に存在し、人間はその秩序を遵守したり、背いたりしているという認識が普通ではなからうか。環境問題の発生は、自然の秩序を乱した結果であると人は思っていて、その解決は自然の秩序に従うことであると考えている。環境問題ばかりでなく、自然に関わる問題への解決策は自然の秩序に従うことであると人は思っている。このような問題の解決法は、常に正しいであろうか。

ボーアが指摘しているように、人間は自然秩序の展開をしている演技者であるという認識をしておかなければ、人類が歩むべき方向を間違えてしまう。人間が自然秩序の展開をしている演技者と観るか、単なる観客としか観ないかによって、形成する文化が全く異なってくる。どうやら、間違えた方向性の文化を形成してしてしまったらしい。

自然秩序の展開をしている演技者であることのもう一つの証拠を確認したい。

#### 4. 形式主義数学と直観主義数学

論理的演繹によって数理体系を構築する数学を形式主義と言われ、世間の多くの人たちが学び・研究している数学は形式主義数学といってよい。形式主義数学では、直感的に認識出来ないものであっても形式論理で導かれたものは正しい事実とするのである。この種の数学には人間の精神活動は関与していない。

物理学では既に事実となっていることであるが、数学においても、数学的真理や数学的対象が数学を考える精神とは独立とは考えず、数学を考える精神活動によって直接捉えられるもの

であるという考え方がある。このような考え方による数学を直観主義という。形式主義数学と直観主義数学の違いを顕著に表す例を挙げる。数学では存在証明は重要な研究対象の一つである。例えば、「いくらでも大きな素数が存在する」という主張の証明はまさしく存在証明である。この証明は簡単にできるのでやってみよう。今、この主張の否定を仮定する、すなわち、一定の値よりも大きな素数は存在しないと仮定する。このとき最大の素数が存在するので、それを  $p$  とする。1 から  $p$  までの整数の積を  $k$  とする。このとき  $k + 1$  は素数である。なぜなら、もし素数でないとすると、1 でも  $k + 1$  でもない素数  $a$  で  $k + 1$  を割り切るものが存在する。 $a$  は  $k$  に等しいか  $k$  より小さい。 $k$  は素数ではないから  $a = p$  の場合はありえない。したがって、 $a$  は 1 から  $p$  までの整数の 1 つであるので、 $a$  は  $k$  を割り切る。これは  $a$  が  $k + 1$  を割り切ることに矛盾する。故に  $k + 1$  が素数になって、 $k$  が最大の素数であることに矛盾する。以上で「いくらでも大きな素数が存在する」という主張の証明が出来たのであるが、実は形式主義数学では、この証明は正しいと認めるが、直観主義数学では認めない。

形式主義数学では、主張の否定を仮定して、矛盾が導くことが出来れば、この主張は証明されたことになる。しかし、直観主義数学では、このような方法では必ずしも証明されたことにはならない。上の場合、直観主義数学では、どんな大きな値に対しても、それより大きな素数があることを、実際に構成してみせるという方法をとらなければ証明にはならない。直感的に、そのような素数が認識できる必要があるということである。直観主義と言われる所以である。最早気づかれていると思うが、形式主義数学で排中律の使用は認めるが、直観主義数学では排中律の無制限な使用は不当であるとする。

直観主義数学では、人間のマインドが正しいと認識したものが正しいのであるから、まさしく人間が演技者になっている。形式主義数学と直観主義数学との関係は、ニュートン力学と量子力学との関係に似ている。量子力学の立場からするとニュートン力学には誤りがあるのであるが、だからといって、形式主義数学に誤りがあるというのではない。直観主義数学にある種の条件を附加すると形式主義数学になる。

## 5. マインドの数理的意味

G. Gentzenは

述語論理の範囲において、排中律または2重否定と肯定とを同等とみることをBrouwerの論理（直観主義論理）につけ加えると形式（主義）論理が得られる

ことを示した。述語論理は数学のみならず通常の述語文による論理を形式化したものである。したがって、形式主義数学と直観主義数学の本質的な違いは「排中律」と「肯定」とを同等と認めるか否かにあると言ってよい。

一方、形式主義数学と直観主義数学との違いは、別の視点で観ると、数学的真理や数学的対象が数学を考える精神と独立か否かにある。

形式主義数学と直観主義数学に関して、その違いを二通り述べたが、同じものを視点を変えて述べただけである。すなわち、人間の精神（マインド）に依存する世界では排中律を必ずしも正当とはしない。逆に、排中律を必ずしも正当なものとは認めない世界では、人間の精神が関わっている。

どういうことを言っているのか具体例で示そう。「好き」の否定は直ちに「嫌い」とは限らない。好きではないが嫌いでもないという感情もありうる。もし、好きか嫌いかのいずれかの感情しかもたない人には「温かみのない人」という評価が下されるのではなかろうか。人物評価をする際、好悪、善悪、美醜等のように二つの感情のうち、どちらか一方である感情しか持てない人を、「冷徹な人」とか「心ない人」とか評されるのではなかろうか。こうした感情に対して、二者選一をしないことが「心豊か」ということになり、排中律を正当とはしないこととの一致をみることができる。

## 6. コンピュータがマインドを扱うことの可能性

マインドの一つである好感度をコンピュータが扱うことが出来るかどうかを検討してみよう。好感度は好意の程度を表すのであるが、好意が全く持てない場合は、好感度0である。好意の程度は有限値で終わるのか、それとも無限に大きな値も取りうるのか、いずれにしても好感度は0と1の間の値を取るとしても一般性を失わない。0と1の間には無理数もあるので、好感度として無理数を取る場合も考えられる。コンピュータは無理数を扱えないので、好感度として無理数を取る場合は、好感度をコンピュータでは扱えないことになる。しかしながら、例えば好感度として無理数を取る場合があったとしても、その無理数の近似値である有理数を代替しても好感度の精度が大きく落ちるとは思えない。

マインドの程度を表す値として、有理数のみを取るようにすれば、マインドを搭載したコンピュータ・システムの構築は可能である。

好感度をコンピュータに持たせたからといって、コンピュータがマインドを持ったとは、直ちには言えない。

コンピュータにマインドを持たせるには、「排中律を必ずしも正当とはしない」というアルゴリズムが必要であるが、このアルゴリズムはわからない。したがって、コンピュータにマインドを持たせられるかどうかは不明である。

## 参考文献

- [1] 日本数学会編集, 岩波数学辞典, 岩波書店 (1954)
- [2] ドナルド・E・クヌース著, コンピュータ科学者がめったに語らないこと, エスアイビー・アクセス (2003)
- [3] スティーブン・ピンカー, 心の仕組み 上・中・下 日本放送出版協会